

# 铸态 AZ31B 镁合金变温轧制本构数学模型的建立

马立峰<sup>1,2</sup>, 贾伟涛<sup>2</sup>, 林金保<sup>2</sup>, 黄庆学<sup>2</sup>, 黄志权<sup>2</sup>

(1. 吉林大学 超塑性研究所, 吉林 长春 130025)

(2. 太原科技大学 重型机械教育部工程研究中心, 山西 太原 030024)

**摘要:** 在变形温度 250~450 °C、应变速率 0.005~5 s<sup>-1</sup> 下对圆柱试样进行了 Gleeble 高温压缩试验, 并在不同工艺条件下进行了热轧制试验, 综合优化后的峰值应变模型、峰值应力模型以及数学常用的二次曲线方程和直线方程, 确定了新的变形抗力模型; 分析镁板的轧制特性, 建立了轧制变形区域几何模型; 考虑到变形区域的宽展因素及材料特性, 综合传热学基本原理及轧制理论, 建立了不同轧制区域的热轧制力模型及总轧制力模型。结果表明: 简化后的 Sellars 峰值应变模型不仅形式较为简单, 而且预测精度较高; 合理分解温度范围对峰值应力模型的求解, 有效提高了该模型的预测精度; 新建的变形抗力模型更易于实际生产的引用, 并且能够精确表征宽范围变形条件下的热变形机制; 轧制变形过程中轧件宽展因素不能忽略, 边裂等缺陷主要产生在轧制后滑区域, 热轧制力模型分后滑区和前滑区来分别建立能够更好指导镁板的轧制生产, 不同轧制条件下总轧制力的求解结果与试验结果较吻合。

**关键词:** 峰值应变; 峰值应力; 变形抗力; 轧制力; 边裂

中图分类号: TG146.2<sup>+</sup>2

文献标识码: A

文章编号: 1002-185X(2016)02-0339-07

变形镁合金板材在众多领域有着十分广泛的应用前景, 然而由于材料的热变形特性以及缺少完善的制备工艺理论, 导致镁板的生产受到很大限制<sup>[1]</sup>。金属变形本构模型就是流变应力随变形温度、变形程度以及应变速率的变化规律, 黄光杰<sup>[2]</sup>等通过研究不同应变下合金微观组织的演变规律确定了 AZ31 镁合金初始动态再结晶的临界应变  $\varepsilon_c$  与峰值应变  $\varepsilon_p$  及临界应力  $\sigma_c$  与峰值应力  $\sigma_p$  间的关系:  $\varepsilon_c=(0.4\sim 0.6)\varepsilon_p$ ,  $\sigma_c=(0.75-0.85)\sigma_p$ ; 王忠堂<sup>[3]</sup>等建立了 AZ31 镁合金适用于 250~350 °C, 0.01~1 s<sup>-1</sup> 条件下的本构方程, 修正后的 Arrhenius 方程可准确预测峰值应力, 然而无法预测不同应变值所对应的应力值; H. Takuda<sup>[4]</sup>等研究了不同变形条件对 AZ31 镁合金流变应力与应变的影响规律, 建立了流变应力与应变及应变速率间的关系模型, 即  $\sigma=K\varepsilon^n(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0)^m$ , 其中  $K=f_1(T)$ 、 $n=f_2(\dot{\varepsilon}, T)$ 、 $m=f_3(T)$ , 该模型可以预测不同应变值下的流变应力, 然而针对  $k$ 、 $n$ 、 $m$  未提出固定的拟合形式, 且未考虑到温度的直接影响作用, 导致宽温度范围变形条件下模型的预测精度较低; 黄光胜<sup>[5]</sup>等考虑到 AZ31 镁合金不同变形阶段主变形机制有所差别, 将高温本构模型划分为动态回复阶段以及稳态动态再结晶阶段来分别计算, 该模型能够准确预测各个阶段的应力-应变数据, 然而

该模型的形式较为复杂, 实际工程引用较为困难。如今对变形本构模型的研究很多, 但是由于所建模型的复杂性及预测范围的局限性, 导致了实际生产中模型不能被充分引用。热轧制过程中轧制力模型是轧制生产在线智能控制的机理模型, 然而目前用于铸态 AZ31B 镁合金板材生产的轧制力模型仍没有完善的计算理论, 主要依靠于对大量试验数据的拟合分析和数值模拟等手段, 结果导致了轧制生产的局限性, 严重影响了 AZ31B 镁合金板带的生产效率<sup>[6-8]</sup>。本研究的目的是基于铸态 AZ31B 镁合金材料的热变形特性, 建立形式较为简单的峰值应变数学模型和预测精度较高的峰值应力数学模型, 结合数学学科常用的简单方程建立新的变形抗力模型; 针对材料的轧制特性, 充分考虑轧件宽展及不同区域的变形因素, 对轧制前滑区和轧制后滑区的热轧制力进行分别计算, 分析不同轧制区域的主传热机制, 综合轧制理论, 建立适用于铸态 AZ31B 镁合金变温轧制过程中的热轧制力数学模型, 为镁板的实际轧制生产提供可靠的原理依据。

## 1 实验

选用银光镁业集团的应用低频电磁连铸技术铸造的 AZ31B 镁合金板材作为试样材料, 其化学元素组成如表 1。

收稿日期: 2015-02-01

基金项目: 国家“973”计划(2012CB722800); 国家自然科学基金(51105264, 51204117); 中国博士后科学基金(2012M520677)

作者简介: 马立峰, 男, 1977 年生, 教授, 太原科技大学, 山西 太原 030024, Email: jwt860520@163.com

表 1 AZ31B 镁合金板材化学元素含量

Table 1 Chemical elements content of AZ31B magnesium alloy sheet ( $\omega/\%$ )

Al	Zn	Mn	Fe	Si	Cu	Ni	Mg
3.37	0.86	0.29	0.04	0.1	0.0015	0.0047	Bal.

将试样坯料加工成  $\Phi 8 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$  的圆柱试样；在 Gleeble-1500D 热模拟试验机上，对试样分别在温度为 250, 300, 350, 400, 450  $^{\circ}\text{C}$ ，应变速率为 0.005, 0.05, 0.5, 5  $\text{s}^{-1}$  的条件下进行压缩，实验最大变形量为 60%，压缩前试样的上下两个端面涂抹机油粘上石墨片，以降低试样与压头之间摩擦力对实验造成的影响，实验中加热区域为中段 15 mm，升温速率为 5  $^{\circ}\text{C}/\text{s}$ ，保温 90 s 后连续压缩变形，变形后用水激冷，以保持高温时试样的再结晶组织。试验轧机为二辊轧机，辊径 320 mm，轧辊采用轧辊加热罩进行温度补偿，轧制时轧辊温度保持 150  $^{\circ}\text{C}$ ，为了避免机加工后残余应力的影响，铸态 AZ31B 镁板采用线切割的方式进行取样，镁板板坯尺寸为 150 mm $\times$ 150 mm $\times$ 7 mm。具体实验方案：实验时镁板温度为 350  $^{\circ}\text{C}$ ，轧制速度为 0.5 m/s，分别以 20%、30%、40% 3 种不同的压下量进行轧制；实验时轧制压下量为 30%，镁板温度为 350  $^{\circ}\text{C}$ ，分别以 0.1, 0.5, 0.8 m/s 3 种不同轧制速度进行轧制；实验时轧制速度为 0.5 m/s，压下量为 30%，分别以 250, 300, 350, 400, 450  $^{\circ}\text{C}$  5 种不同镁板温度进行轧制。

## 2 结论与分析

### 2.1 峰值应变模型的简化计算

采用 Sellars 模型处理 Gleeble 热压缩实验中峰值应变  $\epsilon_p$  与初始铸态 AZ31B 镁合金晶粒尺寸  $d_0$  和 Z 参数之间的关系：

$$\begin{cases} \epsilon_p = A_1 d_0^{m_1} Z^{n_1} \\ Z = \dot{\epsilon} \exp(Q/RT) \end{cases} \quad (1)$$

式中， $\dot{\epsilon}$ —应变速率， $\text{s}^{-1}$ ； $Q$ —变形激活能，J/mol，与材料有关； $T$ —温度，K； $R$ —摩尔气体常数，8.314 J/(mol K)； $A_1$ 、 $m_1$  和  $n_1$  为与材料有关的常数。

$$\epsilon_p = A_1 d_0^{m_1} \dot{\epsilon}^{n_1} \exp(n_1 Q/RT) \quad (2)$$

板坯铸造采用了东北大学的低频电磁连铸技术，该技术使得合金的铸态组织显著地得到细化，合金元素的宏观偏析得到显著改善并且具有更高的成分和组织均匀性，又在相同位置和相同方向条件下进行取样，则原始晶粒尺寸  $d_0$  可近似相等，经简化后可得适用于本研究铸态 AZ31B 镁合金的峰值

应变模型：

$$\epsilon_p = a \dot{\epsilon}^b \exp(c/T) \quad (3)$$

式中： $a$ 、 $b$ 、 $c$  为与材料有关待求解系数。

通过 Gleeble 高温压缩试验得到峰值应变数据见表 2，对表中的数据按式(3)形式进行拟合，峰值应变模型拟合结果如下：

$$\epsilon_p = 0.034 \dot{\epsilon}^{0.027} \exp(1047.6/T) \quad (4)$$

简化后的峰值应变模型的拟合图形见图 1 所示，模型求解的最大相对误差约为 12.07%。主要原因是：铸态 AZ31B 镁合金材料中不可避免的存有一定量尺寸细小的半固态固相颗粒，高温变形时，组织中的液相含量会大大增加，而该模型的推导是基于材料中的固态颗粒组织；板坯的铸造采用了新技术，取样方式也尽量相同，由于材料的成形特性，所取试样原始晶粒尺寸  $d_0$  不可避免的会有细微差别，最终导致了峰值应变的预测误差。

### 2.2 高精度峰值应力模型计算

经分析，铸态 AZ31B 镁合金宽温度范围拟合本构方程时，变形激活能值关于温度的高度非均匀性分布是影响方程预测精度的关键因素，划分温度范围来分别建立热变形本构方程，可有效提高模型的预测精度<sup>[9]</sup>，针对表 3 中数据，采用弹塑性体关于双曲正弦模型的热变形方程，即修正后的 Arrhenius 方程，进行拟合计算，峰值应力模型见式(5)，经验证模型的预测值与实验值较吻合，平均拟合相对误差约为 8.03%。

表 2 不同变形条件下  $\epsilon_p$  的值

Table 2 Values of  $\epsilon_p$  under different deformation conditions

$\dot{\epsilon} / \text{s}^{-1}$	523 K	573 K	623 K	673 K	723 K
0.005	0.223	0.188	0.170	0.127	0.116
0.05	0.224	0.190	0.192	0.150	0.121
0.5	0.257	0.195	0.193	0.155	0.132
5	0.260	0.210	0.196	0.185	0.156

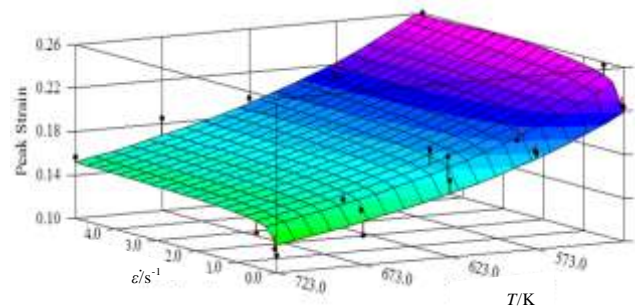


图 1 峰值应变值关于  $\dot{\epsilon}$ 、 $T$  的拟合图形

Fig.1 Fitting pattern of peak strain about the value of  $\dot{\epsilon}$ 、 $T$

$$\begin{cases} \sigma_p = 119 \ln \left\{ \left( \dot{\varepsilon} \exp(204950/RT) / 7.24 \times 10^{17} \right)^{0.055} + \left[ \left( \dot{\varepsilon} \exp(204950/RT) / 7.24 \times 10^{17} \right)^{0.11} + 1 \right]^{0.5} \right\}, & T \in (523 \text{ K}, 573 \text{ K}) \\ \sigma_p = 95.2 \ln \left\{ \left( \dot{\varepsilon} \exp(260540/RT) / 1.57 \times 10^{21} \right)^{0.08} + \left[ \left( \dot{\varepsilon} \exp(260540/RT) / 1.57 \times 10^{21} \right)^{0.16} + 1 \right]^{0.5} \right\}, & T \in (573 \text{ K}, 623 \text{ K}) \\ \sigma_p = 64.1 \ln \left\{ \left( \dot{\varepsilon} \exp(188550/RT) / 3.04 \times 10^{13} \right)^{0.138} + \left[ \left( \dot{\varepsilon} \exp(188550/RT) / 3.04 \times 10^{13} \right)^{0.276} + 1 \right]^{0.5} \right\}, & T \in (623 \text{ K}, 723 \text{ K}) \end{cases} \quad (5)$$

2.3 变形抗力模型的简化计算

查看真实应力-应变曲线见图 5，易得  $\varepsilon \leq \varepsilon_p$  时曲线呈现抛物线形状，采用二次曲线来表征该段模型； $\varepsilon > \varepsilon_p$  时，可近似认为是一组斜率不等的直线，采用直线来表征该段模型，通过观察可得不同变形条件下斜率  $k$  值有所不同，则铸态 AZ31B 镁合金热变形抗力的模型为：

$$\begin{cases} \sigma = (\sigma_p - 95.3 + 0.1T) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_p^2} (2\varepsilon_p - \varepsilon) + 95.3 - 0.1T, & \varepsilon \leq \varepsilon_p \\ \sigma = k(T, \dot{\varepsilon})(\varepsilon - \varepsilon_p) + \sigma_p, & \varepsilon > \varepsilon_p \end{cases} \quad (6)$$

对不同变形条件下  $\varepsilon > \varepsilon_p$  的应力-应变数据进行线性拟合，统计不同变形条件下直线斜率的值，见表 4，并且绘制各独立条件下  $k$  值的分布图，见图 2。

由图 2 可得，斜率  $k$  值关于温度  $T$  及  $\ln \dot{\varepsilon}$  呈线性分布特性，为了简化计算，用  $k = k(T, \dot{\varepsilon}) = a + bT + c \ln \dot{\varepsilon}$  方程形式对表 4 中数据进行拟合，斜率  $k(T, \dot{\varepsilon})$  的拟合结果见图 3 所示。

表 3 不同变形条件下  $\sigma_p$  的值

Table 3 Values of  $\sigma_p$  under different deformation conditions (MPa)

$\dot{\varepsilon} / \text{s}^{-1}$	523 K	573 K	623 K	673 K	723 K
0.005	109.8	89.8	63.2	44.2	28.2
0.05	118.8	98.1	75.0	48.1	42.6
0.5	125.0	107.2	92.8	65.2	47.0
5	144.2	126.0	104.2	91.6	71.8

表 4 不同变形条件下直线斜率  $k$  值

Table 4 Values of  $k$  under different deformation conditions

$\dot{\varepsilon} / \text{s}^{-1}$	523 K	573 K	623 K	673 K	723 K
0.005	-43.1	-43.2	-33.7	-20.1	-12.2
0.05	-57.9	-41.3	-36.6	-23.8	-19.4
0.5	-51.2	-43.4	-35.3	-32.9	-20.6
5	-69.8	-52.8	-44.1	-37.7	-27.7

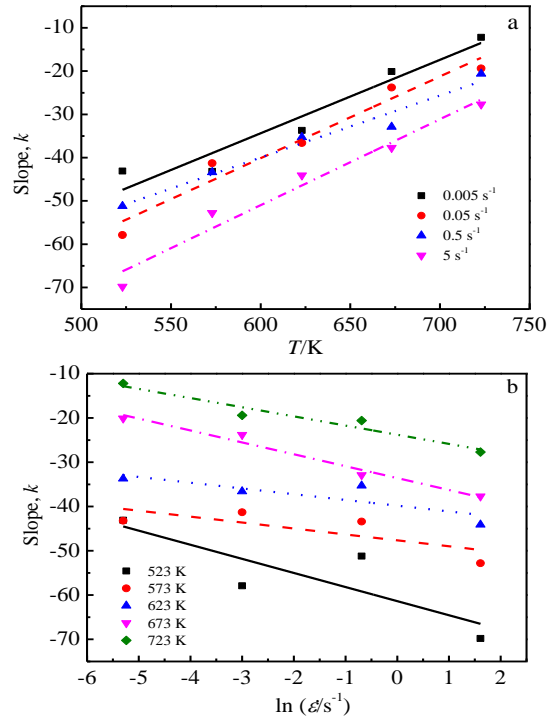


图 2 不同变形条件下拟合直线的斜率值

Fig.2 Slope of fitted lines under different deformation conditions: (a) about  $T$  and (b) about  $\ln \dot{\varepsilon}$

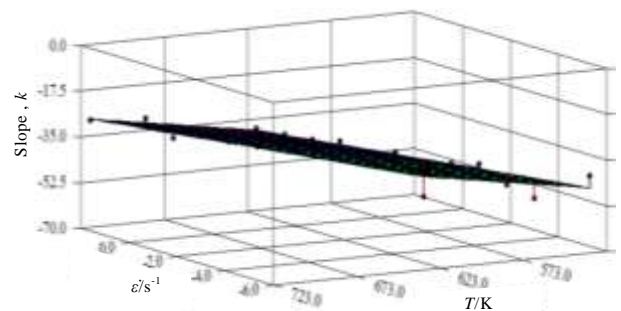


图 3  $k(T, \dot{\varepsilon})$  关于  $\ln \dot{\varepsilon}, T$  的拟合图形

Fig.3 Fitting pattern of  $k(T, \dot{\varepsilon})$  about the value of  $\ln \dot{\varepsilon}, T$

$$k(T, \dot{\varepsilon}) = -150.4 + 0.18T - 2.12 \ln \dot{\varepsilon} \quad (7)$$

经统计，该方程的预测结果与实验结果相符，较高温范围及应变速率范围条件下平均拟合相对误差约为 7.5%，最大约为 12.7%。综合式(4)、(5)、(6)、(7)可得，铸态 AZ31B 镁合金的热变形抗力模型：

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma &= \frac{(\sigma_p - 95.3 + 0.1T)\varepsilon}{0.0012\dot{\varepsilon}^{0.054} \exp(2095.2/T)} [0.068\dot{\varepsilon}^{0.027} \cdot \\ &\exp(1047.6/T) - \varepsilon] + 95.3 - 0.1T, \varepsilon \leq \varepsilon_p \\ \sigma &= (-150.4 + 0.18T - 2.12 \ln \dot{\varepsilon}) \cdot \\ &[\varepsilon - 0.034\dot{\varepsilon}^{0.027} \exp(1047.6/T)] + \sigma_p, \varepsilon > \varepsilon_p \end{aligned} \right. \quad (8)$$

其中,  $\varepsilon_p$  求解见式(4),  $\sigma_p$  求解见式(5)。

## 2.4 镁合金变温轧制过程数学模型计算

### 2.4.1 镁合金材料热轧制特性分析

巴赫契诺夫胡洛考虑宽展的一些影响因素后推导了轧制宽展模型:

$$\Delta b = 1.15 \frac{\Delta h}{2H} \left( \sqrt{R\Delta h} - \frac{\Delta h}{2f} \right) \quad (9)$$

镁合金抗氧化性能和耐腐蚀性能较差,轧制过程中镁合金表面易产生氧化铁皮,并且高温轧制条件导致了轧辊与轧件的接触弧上均有粘着的现象,从而增大了接触间的摩擦系数,由式(9)可知,摩擦系数  $f$  的增大会直接导致宽展量的增大。由于镁合金的材料特性,其在轧制过程中极易产生边裂和表面微裂纹等缺陷,而轧制力模型又是板形、板厚在线控制的机理模型,其精度直接影响了镁板的成品率,为提高模型的预测精度,热轧制力数学模型的建立需最大程度考虑宽展因素。

### 2.4.2 热轧制力模型的计算

根据 Ekelund 公式计算轧制过程中应变速率:

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon &= \Delta h / h \\ \dot{\varepsilon} &= \frac{v\Delta h}{Lh} \approx \frac{v\Delta h}{h\sqrt{R\Delta h}} \end{aligned} \right. \quad (10)$$

其中:  $v$ —轧制速度, mm/s;  $h$ —本道次轧前轧件的厚度, mm;  $\Delta h$ —本道次压下量, mm;  $R$ —轧辊半径, mm;  $L$ —接触弧水平投影长度, mm

AZ31B 镁合金轧制过程中,轧件未进入变形区域前以轧件与空气间的辐射和对流散热为主传热机制;轧件进入后滑区域后由于轧辊对轧件的作用力主要分布在此区域,则此区域以摩擦和塑性变形生热以及轧件和轧辊的接触传导为主传热机制,轧件进入前滑区后,轧辊对轧件的作用力较小常常被忽略,则此区域以轧件和轧辊的接触传导为主传热机制,则轧制变形区的温度模型为:

$$\left\{ \begin{aligned} T &= T_0 + \Delta T_r + \Delta T_g - \Delta T_r - \Delta T_c - \Delta T_{d1} && \text{后滑区} \\ T &= T_0 + \Delta T_r + \Delta T_g - \Delta T_r - \Delta T_c - \Delta T_{d1} - \Delta T_{d2} && \text{前滑区} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

式中:  $T_0$ —轧件的初始温度;  $\Delta T_r$ —与空气热辐射引起的温降;  $\Delta T_c$ —与空气热对流引起的温降;  $\Delta T_{d1}$ —后滑区接触轧辊热传导引起的温降;  $\Delta T_{d2}$ —前滑区接触轧

辊热传导引起的温降;  $\Delta T_f$ —摩擦传热引起的温升;  $\Delta T_g$ —塑性变形引起的温升。

边裂缺陷是温度和应力共同作用的结果,不同变形区传热机制有很大差别,轧辊对轧件的作用力又主要分布在后滑区,则轧制后滑区为缺陷重点研究区域,铸态 AZ31B 镁合金的热轧制力模型需划分轧制后滑区和轧制前滑区来分别建立<sup>[10-13]</sup>:

$$\left\{ \begin{aligned} P &= \bar{p}_1 B_1 L_{c1} + \bar{p}_2 B_2 L_{c2} \\ \begin{cases} T = T_0 + \Delta T_f + \Delta T_g - \Delta T_r - \Delta T_c - \Delta T_{d1} & \text{后滑区} \\ T = T_0 + \Delta T_f + \Delta T_g - \Delta T_r - \Delta T_c - \Delta T_{d1} - \Delta T_{d2} & \text{前滑区} \end{cases} \\ \varepsilon &= \Delta h / h \\ \ln \dot{\varepsilon} &= \ln v + \frac{1}{2} \ln \Delta h - \ln h - \frac{1}{2} \ln R \end{aligned} \right. \quad (12)$$

式中:  $\bar{p}_1$ —后滑区平均单位压力;  $\bar{p}_2$ —前滑区平均单位压力;  $B_1$ —后滑区接触面的平均宽度;  $B_2$ —前滑区接触面的平均宽度;  $L_{c1}$ —后滑区的接触弧长;  $L_{c2}$ —前滑区接触弧长。

### 2.4.3 轧制变形区域考虑宽展因素的几何模型

镁板轧制变形区示意图见图 4,图中中性面将轧制变形区划分为 2 个部分:前滑区和后滑区。假设单位压力  $p_x$  沿接触弧均匀分布,并且前后无张力条件下中性角  $\gamma$  的计算公式:

$$\sin \gamma = \sin \alpha / 2 - (1 - \cos \alpha) / (2f) \quad (13)$$

$\alpha$  值很小则  $\sin \alpha \approx \alpha$ ,  $\sin \gamma \approx \lambda$ ,  $1 - \cos \alpha = 2 \sin^2(\alpha / 2)$  简化公式可得:

$$\gamma = \frac{\alpha}{2} \left( 1 - \frac{\alpha}{2f} \right) \quad (14)$$

易得轧件侧自由表面为抛物线,则用二次曲线模型来描述该面的参数方程:

$$b_x = b_1 - \frac{b_1 - b_0}{L} (L - x)^2 \quad (15)$$

由图中几何关系可得:

$$\left\{ \begin{aligned} L_2 &= R \sin \gamma = R \cdot \frac{\alpha}{2} \left( 1 - \frac{\alpha}{2f} \right) \\ L &= L_1 + L_2 = R \sin \alpha \approx \sqrt{R(H - h)} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

其中:  $L$ —接触弧的垂直投影长度;  $L_1$ —后滑区接触弧的垂直投影长度;  $L_2$ —前滑区接触弧的垂直投影长度;  $H, h$ —变形区入、出口厚度;  $\alpha$ —最大接触角;  $\gamma$ —中性角;  $f$ —变形区轧辊与轧件间的摩擦系数。

利用数学积分法可得各区域接触面的平均宽度  $B$  和平均高度  $\bar{h}$ :

$$\begin{cases} \int_0^{L_1} [b_1 - (b_1 - b_0)(L - x)^2 / L^2] dx = B_1 \cdot L_1 \\ \int_{L_1}^L [b_1 - (b_1 - b_0)(L - x)^2 / L^2] dx = B_2 \cdot L_2 \\ \int_0^{L_1} [2R + h - 2\sqrt{R^2 - x^2}] dx = \bar{h}_1 \cdot L_1 \\ \int_{L_1}^L [2R + h - 2\sqrt{R^2 - x^2}] dx = \bar{h}_2 \cdot L_2 \end{cases} \quad (17)$$

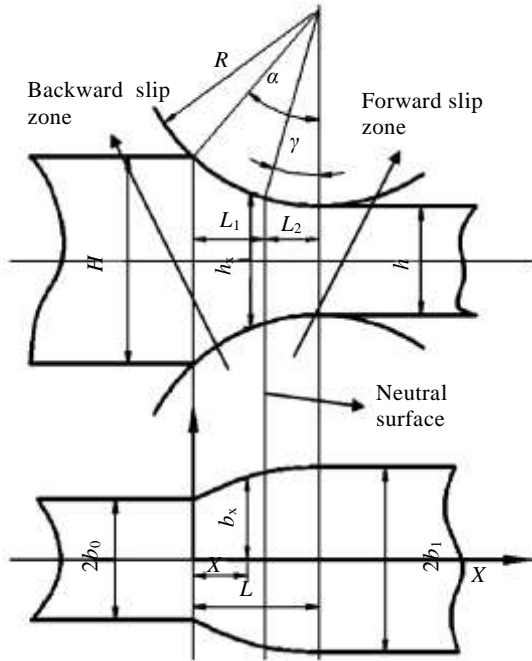


图 4 轧制变形区示意图  
Fig.4 Diagram of rolling deformation zone

解得：

$$\begin{cases} B_1/2 = b_1 + (b_1 - b_0)(L - L_1)^3 / (3L^2 L_1) - \Delta b L / (3L_1) \\ B_2/2 = b_1 - (b_1 - b_0)(L - L_1)^3 / (3L^2 L_2) \\ \bar{h}_1 = H + \sqrt{R^2 - L_1^2} - R^2 \arcsin(L_1/R) / L_1 \\ \bar{h}_2 = 2R + h - [L\sqrt{R^2 - L^2} + R^2 \arcsin(L/R) - L_1\sqrt{R^2 - L_1^2} - R^2 \arcsin(L_1/R)] / L_2 \end{cases} \quad (18)$$

式中：\$\bar{h}\_1\$—后滑区轧件的平均高度；\$\bar{h}\_2\$—前滑区轧件的平均高度。

#### 2.4.4 变形区域单位压力模型的修正计算

如今计算平均轧制单位压力的模型有很多，不同的模型使用条件和环境有所不同，经验公式的选取直接决定了模型的预测精度，本工作研究的是镁合金的热轧制过程，接触弧上均存在粘着现象，根据镁合金的热轧制特性，应用 R. B. Sims 单位压力

公式<sup>[14]</sup>，针对镁板分区域轧制力的求解对其进行了适当修正：

$$\bar{p}_1 = K [\pi \ln(\bar{h}_1/H) / 4 + \pi/4 + \sqrt{R/h} \cdot \arctan(\sqrt{R/h} \alpha) - \sqrt{R/h} \cdot \arctan(\sqrt{R/h} \cdot \gamma)] \quad (19)$$

$$\bar{p}_2 = K [\pi \ln(\bar{h}_2/H) / 4 + \pi/4 + \sqrt{R/h} \cdot \arctan(\gamma \sqrt{R/h})] \quad (20)$$

式中：\$K\$—平面变形抗力，\$K \approx 1.15\sigma\$，\$\sigma\$ 求解见式(8)。

轧件与轧辊间的轧制压力会使轧辊局部产生弹性变形，造成接触区域轧辊的弹性压扁现象，从而增大了接触弧长，应用 Hitchcock 所提出的两个圆柱体弹性接触变性理论计算弧长：

$$\begin{cases} L_c = \sqrt{R\Delta h + (cR\bar{p})^2} + cR\bar{p} \\ c = \frac{8(1-\nu^2)}{\pi E} \end{cases} \quad (21)$$

其中：\$c\$—轧辊压扁系数，钢：\$1.075 \times 10^{-5} \text{ mm}^2/\text{N}\$；\$\nu\$—轧辊的泊松比；\$E\$—轧辊的弹性模量；\$\Delta h\$—接触弧头、尾端的距离；\$L\_c\$—轧辊与轧件的接触弧长。

后滑区的接触弧长 \$L\_{c1}\$：

$$L_{c1} = \sqrt{R(H - h - R\gamma^2) + \left\{ \begin{aligned} &cRK [\pi \ln(\bar{h}_1/H) / 4 + \pi/4 + \\ &\sqrt{R/h} \cdot \arctan(\sqrt{R/h} \cdot \alpha) - \\ &\sqrt{R/h} \cdot \arctan(\sqrt{R/h} \cdot \gamma)] \end{aligned} \right\}^2} + cRK [\pi \ln(\bar{h}_1/H) / 4 + \pi/4 + \sqrt{R/h} \cdot \arctan(\sqrt{R/h} \cdot \alpha) - \sqrt{R/h} \cdot \arctan(\sqrt{R/h} \cdot \gamma)] \quad (22)$$

前滑区接触弧长 \$L\_{c2}\$：

$$L_{c2} = \sqrt{R(R\gamma^2) + \left\{ \begin{aligned} &cRK \left[ \frac{\pi \ln(\bar{h}_2/H) / 4 + \pi/4 +}{\sqrt{R/h} \cdot \arctan(\gamma \sqrt{R/h})} \right]^2 \\ &cRK [\pi \ln(\bar{h}_2/H) / 4 + \pi/4 + \sqrt{R/h} \cdot \arctan(\gamma \sqrt{R/h})] \end{aligned} \right\}^2} \quad (23)$$

#### 2.5 实验数据及理论计算数据对比分析

由图 5 可得，不同变形条件下实验值与新建变形抗力模型的计算值较吻合，拟合最大相对误差约为 9.8%，比较各阶段拟合结果可得，所建立的二次曲线模型能够很好表征材料在动态回复阶段 (\$\epsilon \leq \epsilon\_p\$) 时的变形机制，然而 \$\epsilon > \epsilon\_p\$ 时材料发生了明显的动态再结晶现象，引起了变形高度的非线性变化趋势，导致了直线模型拟合结果与实验结果的略大偏差。

经统计，热轧制力模型预测的最大相对误差约为 11.6%，平均相对误差约为 6.7%，具体对比见表 5。分轧制区所建立的热轧制力模型能够很好预测变温轧制过程中的热轧制力，从而进一步也证明了新建热变形抗力模型的准确性，本构数学模型的建立可以作为制定合理轧制制度及最优在线控制方案的依据。

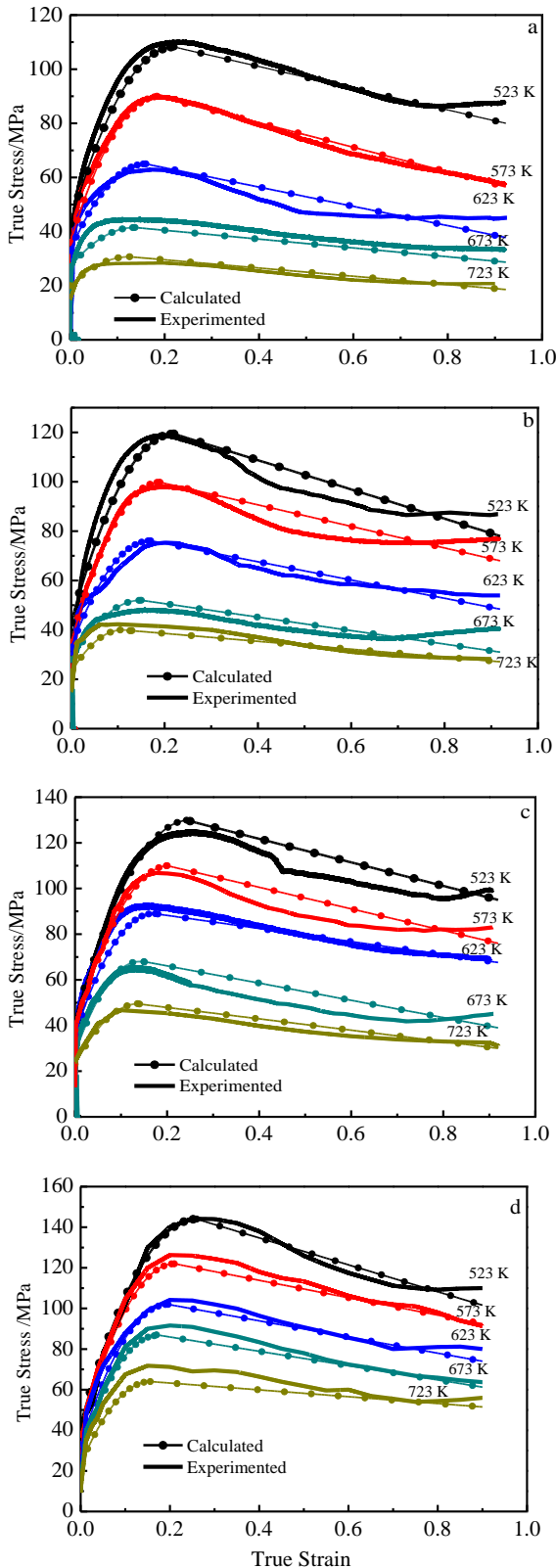


图 5 变形抗力实验值和计算值的对比

Fig.5 Comparison of experimental and calculated values: (a)  $\dot{\epsilon}=0.005\text{ s}^{-1}$ , (b)  $\dot{\epsilon}=0.05\text{ s}^{-1}$ , (c)  $\dot{\epsilon}=0.5\text{ s}^{-1}$ , and (d)  $\dot{\epsilon}=5\text{ s}^{-1}$

表 5 各变形条件下轧制力模型的求解值与实验值的对比

Table 5 Solution values of the rolling force model compared with the experiment under different deformation conditions

$T/^\circ\text{C}$	$\epsilon/\%$	$v/\text{m s}^{-1}$	Calculated value/ton	Experimental value/ton
350	20	0.5	31.61	29.54
350	30	0.1	42.21	39.89
350	30	0.5	41.12	39.53
350	30	0.8	41.11	39.41
350	40	0.5	50.12	47.25
300	30	0.5	45.92	42.81
400	30	0.5	37.66	34.52
450	30	0.5	30.02	28.60
250	30	0.5	55.02	49.31

### 3 结 论

1) 针对本研究材料，对 Sellars 峰值应变模型进行了有效的简化计算，不仅形式简单易于应用，而且能够很好的预测实验值，拟合最大相对误差约为 12.07%。

2) 合理划分温度范围来分别建立热变形本构方程的方法有效提高了峰值应力本构模型的预测精度，平均拟合相对误差约为 8.03%。

3) 针对铸态 AZ31B 镁合金的热变形特性，应用数学上常用的二次曲线方程和直线方程，建立了适用于本研究材料的变形抗力模型，该模型不仅形式简单易于实际应用，更能够精确表征 250~450  $^\circ\text{C}$ 、0.005~5  $\text{s}^{-1}$  条件下研究材料的热变形机制，最大相对误差约为 9.8%。

4) 考虑到铸态 AZ31B 镁合金的材料属性及轧制特性，建立了适用于镁合金变温轧制过程中的热轧制力模型，该模型的计算值与实验值较为吻合，最大相对误差约为 11.6%，平均相对误差约为 6.7%，模型的建立为轧前合理轧制制度的制定以及轧中板形、板厚

的精确在线控制提供了可靠的理论依据。

## 参考文献 References

- [1] Chen Zhenhua(陈振华). *Wrought Magnesium Alloys*(变形镁合金)[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2005: 1
- [2] Huang Guangjie(黄光杰), Qian Baohua(钱宝华), Wang Lingyun(汪凌云) *et al. Rare Metal Materials and Engineering* (稀有金属材料与工程)[J], 2007, 36(12): 2080
- [3] Wang Zhongtang(王忠堂), Zhang Shihong(张士宏), Qi Guangxia(齐广霞) *et al. The Chinese Journal of Nonferrous Metals*(中国有色金属学报)[J], 2008, 18(11): 1977
- [4] Takuda H, Morishita T, Kinoshita T *et al. Journal of Materials Processing Technology*[J], 2005, 164(165): 1258
- [5] Huang Guangsheng(黄光胜), Wang Lingyun(汪凌云), Huang Guangjie(黄光杰) *et al. Metal Forming Technology*(金属成型工艺)[J], 2004, 22(2): 41
- [6] Liu Zuyan(刘祖岩), Liu Gang(刘刚), Liang Shujin(梁书锦). *Rare Metal Materials and Engineering* (稀有金属材料与工程) [J], 2007, 36(3): 304
- [7] Yu Kun(余琨), Cai Zhiyong(蔡志勇), Xue Xinying(薛新颖) *et al. The Chinese Journal of Nonferrous Metals*(中国有色金属学报) [J], 2010, 20(11): 2075
- [8] Yu Kun(余琨), Cai Zhiyong(蔡志勇), Wang Xiaoyan(王晓艳) *et al. Journal of Materials Engineering*(材料工程)[J], 2010, 38 (9): 33
- [9] Jia Weitao(贾伟涛), Ma Lifeng(马立峰), Ma Ziyong(马自勇) *et al. Rare Metal Materials and Engineering* (稀有金属材料与工程) [J], 2016, 45(1): 152
- [10] Zhang Dingfei(张丁非), Dai Qingwei(戴庆伟), Fang Lin(方霖) *et al. The Chinese Journal of Nonferrous Metals*(中国有色金属学报) [J], 2011, 21(1): 185
- [11] Ren Yong(任勇), Cheng Xiaoru(程晓茹). *Mathematical Model for Rolling Process*(轧制过程数学模型)[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2008: 129
- [12] Dai Qingwei(戴庆伟). *Thesis for Doctor*(博士论文)[D]. Chongqing: Chongqing University, 2011
- [13] Zhang dingfei(张丁非), Zhao Xiabing(赵霞兵), Shi Guoliang(石国梁) *et al. Rare Metal Materials and Engineering* (稀有金属材料与工程) [J], 2011, 40(3): 418
- [14] Zhang Xiaoping(张小平), Qin Jianping (秦建平). *Rolling Theory*(轧制理论)[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2006: 179

## Establishment of a Constitutive Model of Temperature-changed Rolling Process for As-cast AZ31B Magnesium Alloy

Ma Lifeng<sup>1,2</sup>, Jia Weitao<sup>2</sup>, Lin Jinbao<sup>2</sup>, Huang Qingxue<sup>2</sup>, Huang Zhiquan<sup>2</sup>

(1. Superplastic Institute, Jilin University, Changchun 130025, China)

(2. Heavy Machinery Engineering Research Center of the Ministry of Education, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

**Abstract:** Compression tests were done at the temperature ranging from 250 to 450 °C and the strain-rate from 0.005 to 5 s<sup>-1</sup> for the samples of AZ31B magnesium and rolling tests were also conducted. Combined with the modified peak strain model, the peak stress model and quadratic equations as well as linear equations which were commonly used in mathematics, a new model of deformation resistance was established. By analyzing the rolling characteristics of magnesium plate, a geometric model in rolling deformation region was solved. Considering the factors of regional deformation spread and material characteristics, based on the principle of heat transfer and rolling theory, a rolling force model of different deformation areas and a total rolling force model were built. The results show that the Sellars peak strain model after simplification of high precision is relatively simple in the form. The solution of the peak stress model in a reasonable temperature range improves the predicting accuracy effectively. The new model of resistance to deformation has an easy form to apply to the actual production, and could accurately predict the deformation mechanism of a wide range of deformation under the conditions. Width elongation factors cannot be ignored in rolling deformation zone and edge cracks and other defects are mainly produced in the backward slide area. Therefore, rolling force models should be established in the backward slide area and the forward slide area. Under different rolling conditions, the results of the model solution are consistent with the rolling tests of hot rolling process.

**Key words:** peak strain; peak stress; deformation resistance; rolling force; edge cracks

---

Corresponding author: Jia Weitao, Master, Heavy Machinery Engineering Research Center of the Ministry of Education, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, P. R. China, E-mail: jwt860520@163.com