# 一种改进的 Cockroft-Latham 断裂准则 及其在液固挤压中的应用

# 刘 $de^1$ ,齐乐华<sup>2</sup>

(1. 西安理工大学,陕西西安 710048)
 (2. 西北工业大学,陕西西安 710072)

摘 要:由于变形温度和应变速率是影响液固态 C<sub>st</sub>/Mg 复合材料损伤行为的重要因素,因此将与变形温度和应变速率 相关的 Zener-Hollomon 参数作为一个修正系数引入 Cockroft-Latham 断裂准则。采用高温及半固态单轴拉伸试验方法得 到不同 InZ下 C<sub>st</sub>/Mg 复合材料的断裂应变,通过非线性拟合确定了模型中的修正系数,从而得到改进的 Cockroft-Latham 断裂准则。将该断裂准则应用于液固挤压成形过程中的数值模拟,发现模拟结果与试验结果基本吻合。表明该断裂准 则可以很好地应用于镁基复合材料液固挤压表面裂纹的预测。

复合材料液-固挤压(也称液态浸渗挤压)工艺是 融合挤压铸造和半固态挤压工艺的特点而开发的一 种复合材料成形新工艺<sup>[1]</sup>。该工艺不同于一般的热挤 压或固态重熔挤压,由于挤压变形前坯料已经历了压 力浸渗和保压凝固 2 个阶段, 坯料内部的温度场呈心 部高外层低的放射状分布,当外层金属已凝固时,心 部仍处于液态或液固态。挤压变形时坯料处于液、固 共存的温度区间,所需的挤压力较小,材料变形更为 容易,大大消除了因基体与增强相的变形不协调导致 的局部应力集中。但是,液-固挤压成形过程存在工艺 参数选取和协调要求高,工艺实施难度大和成形质量 较难控制等技术难题,如果工艺参数选取不当制件表 面会产生不同程度的龟裂纹,大大降低了制件的成形 质量和成形效率<sup>[2]</sup>。为了掌握真空吸渗挤压过程中复 合材料制件表面裂纹产生的内在机理和影响因素,探 索最佳成形条件,有必要对高温及液固态复合材料的 开裂行为进行研究。

目前,研究塑性成形损伤问题的主要工具是断裂 力学和 20 世纪 60 年代后出现的损伤力学。断裂力学 主要研究宏观力学问题的强度以及裂纹扩展规律,无 法分析宏观裂纹出现以前材料中的微缺陷或微裂纹 的形成及其对材料力学性能的影响。而损伤力学不仅 描述了损伤材料的性质,而且也研究直到宏观裂纹产 生前的整个过程(起点是微观尺度上的裂纹、孔洞等 缺陷,终点是材料的宏观裂纹)。在此基础上把材料 的损伤破坏和裂纹扩展机理统一起来,为塑性成形过 程中损伤模拟和裂纹预测提供一条有效途径[3-5]。目 前,最常用的预测金属挤压成形过程中表面裂纹产生 的方法还是通过研究材料的应力应变历史,建立合理 的局部断裂判断准则,其中 Cockroft-Latham 准则为 应用最为广泛的准则之一[6]。然而该准则是在冷变形 基础上提出的,很难直接应用于复合材料的液固挤压 成形。因为变形温度会影响复合材料内部的微观组织 和液相体积分数,进而会影响复合材料的变形机制和 损伤行为。此外,复合材料具有显著的应变速率敏感 性<sup>[7]</sup>。因此,要想预测液固挤压过程中的表面裂纹产 生, 需考虑变形温度和应变速率的影响, 或者两者的 综合作用。本研究将与变形温度和应变速率相关的 Zener-Hollomon参数作为一个修正系数引入 Cockroft-Latham 断裂准则,并将改进的 Cockroft-Latham 断裂 准则应用于液-固挤压成形工艺中的表面裂纹预测,为 工艺参数优化,避免表面裂纹的产生提供理论依据。

## 1 Cockroft-Latham 断裂准则的改进

## 1.1 改进的 Cockroft-Latham 断裂准则的提出 韧性断裂准则从宏观断裂机制出发,认为应力、

收稿日期: 2015-11-15

基金项目: 国家自然科学基金(51305345); 陕西省自然科学基金(2014JQ6228); 西安理工大学科技新星科学研究计划项目(104-211404) 作者简介: 刘 健,男, 1982 年生,博士,副教授,西安理工大学印刷包装与数字媒体学院,陕西 西安 710048,电话: 029-82312467, E-mail: liujian@xaut.edu.cn

应变或塑性变形能达到某一临界值时材料发生断裂,通常采用应力变量沿塑性变形路径积分的形式来表征材料的损伤状况<sup>[8]</sup>,

$$\begin{cases} \int_{0}^{\overline{c}_{i}} f(\sigma_{1}, \sigma_{m}, \overline{\sigma}) \mathrm{d}\overline{\varepsilon} < C & \mathrm{T} \& \mathrm{E} \& \\ \int_{0}^{\overline{c}_{i}} f(\sigma_{1}, \sigma_{m}, \overline{\sigma}) \mathrm{d}\overline{\varepsilon} \geq C & \mathrm{E} \& \mathrm{E} \& \end{aligned}$$
(1)

式中,  $f(\sigma_1, \sigma_m, \bar{\sigma})$ 为各种应力张量(如等效应力 $\bar{\sigma}$ 、 平均应力 $\sigma_m$ 、最大主应力 $\sigma_1$ 等)的权函数,  $\bar{\epsilon}_f$ 为等 效断裂应变,  $\bar{\epsilon}$ 为等效塑性应变, C为临界损伤值, 当累积损伤值达到材料的临界值时, 材料将发生断 裂。小于临界值时, 反映了材料断裂趋势的大小。临 界损伤值C为与材料自身力学性能及变形历史有关的 统计物理量, 通常采用单轴拉伸试验或试验模拟相结 合的方法进行确定<sup>[9]</sup>。

连续介质损伤力学通过引入一种所谓"损伤变 量"的内部状态变量来描述含微细观缺陷材料的力学 效应,即受损材料的力学行为,着重考察损伤对材料 宏观力学性能的影响以及材料和结构损伤演化的过 程和规律。连续介质损伤力学研究的关键是损伤变量 的选取和损伤演化方程的构建。损伤变量通常被定义 为关于材料受损前后弹性模量的函数,

$$D = 1 - \tilde{E}/E \tag{2}$$

式中, *E* 和 *Ē* 分别为材料受损前后的弹性模量,可采 用反复加载-卸载的单轴拉伸试验方法来测量。损伤演 化方程是在不可逆热力学理论的基础上,由能量势函 数推导而来<sup>[10]</sup>。其一般形式为:

$$\dot{D} = -\frac{\partial f^*}{\partial Y} = (-\frac{Y}{S})^q \dot{\varepsilon}$$
<sup>(3)</sup>

式中, $f^*$ 为耗散势函数,Y为损伤应变能释放率,S和 q为关于材料和温度的参数,S起归一化Y的作用, 其物理意义为损伤演化的阻抗力。如果式(3)中的Y为关于流动应力 $\overline{\sigma}(\dot{\varepsilon},T)$ 的函数 $f(\overline{\sigma})$ ,则S也应为一关 于应变速率和变形温度的函数:

$$S = S(\dot{\varepsilon}, T) \tag{4}$$

去掉式(3)中的负号, q 值取 1,则损伤变量 D 的演 化方程可表示为:

$$\dot{D} = \left[\frac{Y}{S(\dot{\varepsilon}, T)}\right]\dot{\varepsilon}$$
(5)

对式(3)进行积分,则可得到损伤变量的表达式:

$$D = \int_0^t \dot{D} dt = \int_0^t \left[ \frac{Y}{S(\dot{\varepsilon}, T)} \right] \dot{\varepsilon} dt = \int_0^\varepsilon \left[ \frac{f(\bar{\sigma})}{S(\dot{\varepsilon}, T)} \right] d\varepsilon \quad (6)$$

式中, *t* 为变形时间, 对于韧性断裂问题, 损伤变量 *D* 可表示为:

$$D_{\rm f} = \int_0^{\varepsilon_{\rm f}} \frac{f(\bar{\sigma})}{S(\dot{\varepsilon}, T)} \mathrm{d}\varepsilon \tag{7}$$

式中,  $D_f$  为断裂应变  $\varepsilon_f$  对应的临界损伤值,如果把  $D_f$  看作与变形条件和变形历史相关的材料固有属性, 采用式(7)对式(6)进行归一化处理,得到正交化 的损伤变量  $D'_i$ 

$$D' = \frac{D}{D_{\rm f}} = \int_0^\varepsilon \frac{f(\overline{\sigma})}{D_{\rm f} \cdot S(\dot{\varepsilon}, T)} \mathrm{d}\varepsilon$$
(8)

根据式(8),当D'=1时,材料开始断裂破坏。要计 算D'值,先需得出 $S(\dot{\varepsilon},T)$ 的表达式。而S与变形速率 和变形温度相关,需通过大量的单轴拉伸试验来确 定。为了减少试验量,在此引入温度补偿应变速率参 数,即 Zener-Hollomon 参数,综合考虑变形速率和变 形温度对临界损伤值的影响。因此, $S(\dot{\varepsilon},T)$ 可变化为 关于 Zener-Hollomon 参数的函数S(Z)。对于不同的韧 性断裂准则, $f(\bar{\sigma})$ 有不同的形式,对应的D'也有不 同的形式。对于 Cockroft–Latham 断裂准则,  $f(\bar{\sigma}) = \sigma_{ma} \langle \bar{\sigma}, 则式(8)$ 可变化为:

$$D' = \frac{D}{D_{\rm f}} = \int_0^\varepsilon \frac{\sigma_{\rm max}/\bar{\sigma}}{D_{\rm f} \cdot S(Z)} \mathrm{d}\varepsilon \tag{9}$$

当 $\varepsilon = \varepsilon_{\rm f}$ 时,

$$D' = \frac{D}{D_{\rm f}} = \int_0^{\varepsilon_{\rm f}} \frac{\sigma_{\rm max}/\bar{\sigma}}{D_{\rm f} \cdot S(Z)} \mathrm{d}\varepsilon = 1 \tag{10}$$

设 $\phi_{\rm f} = \int_0^{\varepsilon_{\rm f}} \frac{\sigma_{\rm max}}{\overline{\sigma}} d\varepsilon = D_{\rm f} \cdot S(Z) = A(Z),$ 对于单轴拉伸变形,  $\sigma_{\rm max} = \overline{\sigma}, 则$ 

$$A(Z) = \overline{\varepsilon}_{\rm f}(Z) \tag{11}$$

只要知道 ɛ<sub>f</sub> 和 Z 之间的关系, 就可以得到 A(Z) 的表 达式。式(9) 可变化为:

$$D' = \frac{D}{D_{\rm f}} = \int_0^\varepsilon \frac{\sigma_{\rm max}/\bar{\sigma}}{A(Z)} \mathrm{d}\varepsilon \qquad (12)$$

### 1.2 断裂准则中材料常数的确定

为了确定式(12)中的修正系数 A(Z),采用自行设 计的高温及液固态拉伸变形力学行为测试方法,测得 变形温度为 400~479 ℃、应变速率为 0.001~0.1 s<sup>-1</sup>条 件下 C<sub>sf</sub>/Mg 复合材料的断裂应变<sup>[7,11]</sup>,采用 Z 参数综 合考虑变形速率和变形温度对临界损伤值的影响<sup>[12]</sup>, 通过非线性回归分析得到断裂应变关于 lnZ 的变化曲 线(图 1)及其经验公式(13)。可以发现液固态 C<sub>sf</sub>/Mg 复合材料的断裂应变与 lnZ 呈非线性,明显不同于高 温固态合金的线性关系<sup>[4,6]</sup>。

 $\overline{\varepsilon}_{\rm f} = 0.06557 + 0.14302\exp[1 - \exp(-x) - x]$  (13)  $x = (\ln Z - 28.63569)/0.86086$ 

进而可得到 A(Z)的表达式:

$$A(Z) = \bar{\varepsilon}_{f} = 0.06557 +$$

$$0.14302 \exp[1 - \exp(-x) - x]$$

$$x = (\ln Z - 28.63569)/0.86086$$
(14)



图 1 C<sub>sf</sub>/Mg 复合材料的断裂应变与 Z 参数的关系曲线 Fig.1 Fracture strain vs Z parameter curve of C<sub>sf</sub>/Mg composite

# 2 改进的 Cockroft-Latham 断裂准则的 应用

由于在液-固挤压过程中,制件始终保持轴对称, 为提高有限元模拟的计算效率,建立如图 2 所示的模 具和坯料的轴对称有限元几何模型。其中坯料的初始 尺寸为 Φ45 mm×50 mm,挤压筒内外径分别为 45 和 210 mm,成形模模半角为 55°,工作带孔径为 20 mm, 成形模锥面与工作带之间的过渡圆角半径为 0.5 mm。 采用二维四节点等参单元将实体坯料模型离散为 1059 个节点,993 个四边形等参单元。

由于 C<sub>sf</sub>/Mg 复合材料的流变力学行为在不同的 变形温度区间具有不同的变形温度敏感性和应变速 率敏感性,且液相的出现导致液固态复合材料力学行 为不同于高温固态复合材料,本研究采用高温与低液 相率液固态统一力学本构模型来描述 C<sub>sf</sub>/Mg 复合材 料高温固态和液固态流变力学行为<sup>[12]</sup>:

$$A(\frac{\sigma}{a-bf_1})^n = \dot{\varepsilon} \exp(\frac{Q}{RT}) \tag{15}$$

式中, $\sigma$ 、 $\dot{\epsilon}$ 、T、 $f_1$ 分别为流动应力 (MPa)、应变





速率(s<sup>-1</sup>)、变形温度(K)和液相率; A、a、b为 无量纲材料常数; n为应力指数, R为普适气体常数 (J/mol·K); Q为表观变形激活能(J/mol)。由于 DEFORM<sup>™</sup>-2D 材料库中没有所需的镁基复合材料液 固态力学本构模型和损伤模型,本研究在原有用户子 程序模板 USRMTR.f 和 USRDMG.f 的基础上,根据 FORTRAN 语言规则编制了流变应力用户子程序和损 伤子程序,有限元计算过程中系统将自动调用用户子 程序。利用单元删除法表示裂纹的萌生与扩展,并采

由于液-固挤压过程中液态、半固态和固态共存并 连续转变,采用等效比热法处理凝固潜热对温度场的 影响。在液固挤压成形过程中,不仅存在坯料/模具之 间的热传导,模具与周围环境间也存在对流与辐射。 坯料/模具界面换热系数 h 与压力 P (MPa)呈线性关 系<sup>[14]</sup>:

h=1990.5+94.8P (16)挤出制件自由表面与空气环境之间的对流换热系数 取 100 W/(m<sup>2</sup> ·C), 坯料表面和模具表面的辐射系数分 别取 0.12 和 0.7。Csf/Mg 复合材料及模具材料 3Cr2W8V的热物理参数详见文献[15]。液固挤压成形 过程要分为2个工况进行模拟:首先对液态浸渗后的 复合材料的冷却凝固过程温度场进行模拟,随后接着 对液-固挤压成形过程进行模拟。第1工况最终的温度 场模拟结果作为第2工况的初始温度条件。根据前期 的液态浸渗试验结果,液态镁合金的浇注温度取 800 ℃,冲头、挤压筒、成形模及工作带安置的阻流 棒的预热温度依次取 500、600、550 和 500 ℃,周围 环境温度为 20 ℃。考虑到变形区坯料大变形导致的 温升,挤压温度的选取原则为保证挤压过程中凹模出 口处坯料始终处于完全凝固状态。因此,挤压温度宜 低于复合材料的固相线温度,取400 ℃。鉴于复合材 料的塑性远远低于基体镁合金,挤压速度不宜过大, 分别取 2.5 和 6 mm/s。

模拟结果如图 3 所示,由于表面拉应力以及坯料 与模具之间的摩擦力,液-固挤压成形过程中损伤最大 值主要分布于成形模出口处的挤压制件表面。当挤压 速度为 2.5 mm/s 时,坯料中的最大损伤值为 0.534, 小于临界损伤值 1,制件表面不会产生裂纹。而当挤 压速度为 6 mm/s 时,最大损伤值超过临界损伤值 1, 制件表面产生与挤压方向呈 45 °的龟裂纹。为了验证 模拟结果的准确性,采用与模拟参数相同的工艺条件 进行液-固挤压试验。试验结果发现,在挤压速度为 2.5 mm/s 的工艺条件下,制件表面光滑,具有良好的 金属光泽 (图 4)。而当挤压速度为 6 mm/s 时,制件



图 3 不同挤压速度下液-固挤压过程中的损伤分布

Fig.3 Damage distribution of the liquid-solid extrusion process at different extrusion speeds: (a)  $v_a=2.5$  mm/s and (b)  $v_b=6$  mm/s





Fig.4 Composite extrudate by liquid-solid extrusion (v=2.5 mm/s)



#### 图 5 制件表面裂纹形貌

Fig.5 Surface cracks of composites extrudate by liquid-solid extrusion on the surface (a) and in the longitudinal section (b) ( $\nu$ =6 mm/s) 表面产生严重的龟裂纹(图5)。为了便于观察裂纹的 分布规律,采用电火花线切割方法将制件沿轴向剖 开,并进行研磨和抛光处理。经测量发现,表面裂纹 沿与挤压方向呈45°方向扩展,裂纹深度为2.5~5 mm, 试验结果与模拟结果基本一致。

## 3 结 论

 将经典韧性断裂准则与连续介质损伤模型相结合,在高温及液固态拉伸变形力学行为和损伤研究的基础上,引入温度补偿应变速率因子 Zener-Hollomon 参数以综合考虑变形条件对 C<sub>sf</sub>/Mg 复合材料损伤行 为的影响,建立了改进的 Cockroft-Latham 断裂准则。

2) 将改进的 Cockroft-Latham 断裂准则应用于液-固挤压成形工艺中的表面裂纹预测,模拟结果与试验 结果基本吻合,表明改进的 Cockroft-Latham 断裂准则 能够很好地应用于复合材料液固挤压成形中的表面 裂纹预测。

#### 参考文献 References

- [1] Ouyang Haibo(欧阳海波), Li Hejun(李贺军), Qi Lehua(齐乐 华) et al. Rare Metal Materials and Engineering(稀有金属材料与工程)[J], 2009, 38(S3): 100
- [2] Guan Juntao(关俊涛), Qi Lehua(齐乐华), Liu Jian(刘健) et al. Chinese Journal of Mechanical Engineering(机械工程学 报)[J], 2012, 48(4): 25
- [3] Li H, Fu M W, Lu J et al. International Journal of Plasticity[J], 2011, 27(2): 147
- [4] Song Hongwu(宋鸿武), Zhang Shihong(张士宏), Cheng Ming(程明) et al. Rare Metal Materials and Engineering (稀有金属材料与工程)[J], 2012, 41(5): 781
- [5] Xue Yong(薛 勇), Zhang Zhimin(张治民), Wu Yaojin(吴耀金) et al. Rare Metal Materials and Engineering(稀有金属材料 与工程)[J], 2012, 41(S2): 250
- [6] Zhang Xuemin(张学敏), Zeng Weidong(曾卫东), Shu Ying
  (舒 滢) et al. Rare Metal Materials and Engineering(稀有金属材料与工程)[J], 2008, 37(4): 604
- [7] Liu Jian, Qi Lehua, Liu Peng et al. Materials Science and Engineering A[J], 2014, 596: 157
- [8] Duan Xinjian, Velay X, Sheppard T. Materials Science and Engineering A[J], 2004, 369(1-2): 66
- [9] Lang Lihui(即利辉), Yang Xiying(杨希英), Liu Kangning(刘 康宁) et al. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica(航空学 报)[J], 2015, 36(2): 672
- [10] Kim H, Kim W. Mechanics of Materials[J], 2010, 42(3): 293
- [11] Qi Lehua, Liu Jian, Guan Juntao et al. Composites Science

and Technology[J], 2012, 72(14): 1774

- [12] Qi Lehua, Wang Zhengjun, Zhou Jiming et al. Composites Science and Technology[J], 2011, 71(7): 955
- [13] Lee H C, Choi J S, Jung K H et al. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering[J], 2009, 35(2):

- [14] Zhang D L, Cantor B. Modeling and Simulation in Materials Science and Engineering[J], 1995, 3(1): 121
- [15] Qi Lehua, Liu Jian, Guan Juntao et al. Transactions of Nonferrous Metals Society of China[J], 2010, 20(9): 1737

# Modified Cockroft-Latham Fracture Criterion and Its Application to Liquid-Solid Extrusion

Liu Jian<sup>1</sup>, Qi Lehua<sup>2</sup>

(1. Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

(2. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** Both deformation temperature and strain rate are important factors for the damage behavior of magnesium matrix composites in the liquid-solid state. In the present paper, Zener-Hollomon parameter, which incorporates a combined effect of temperature and strain rate, was introduced to Cockroft-Latham fracture criterion as a correlation coefficient. The correlation coefficient, which equals facture strain under uniaxial tensile stress state, was determined by a series of tensile tests of  $C_{sf}/Mg$  composites in the high temperature solid state and semi-solid state, and fitted into a nonlinear function of  $\ln Z$ , thereby obtaining a modified Cockroft-Latham fracture criterion. Furthermore, the modified Cockroft-Latham fracture criterion was applied to the simulation of liquid-solid extrusion, and the predicted results show a good agreement with experimental observations in both the direction and length of surface cracks. **Key words:** surface cracks; liquid-solid extrusion; ductile fracture criterion; magnesium matrix composites; FEM

Corresponding author: Qi Lehua, Professor, School of Mechatronic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, P. R. China, Tel: 0086-29-88460447, E-mail: qilehua@nwpu.edu.cn