

# 准静态加载下时效态 Inconel 718 薄板的各向异性屈服准则及硬化模型构建

刘艳雄<sup>1,2,3</sup>, 纪开盛<sup>1,2,3</sup>, 张怡俊<sup>1,2,3</sup>, 尹飞<sup>1,2,3</sup>

- (1. 湖北省汽车零部件先进技术重点实验室, 湖北 武汉 430070)
- (2. 湖北省绿色精密材料成型工程研究中心, 湖北 武汉 430070)
- (3. 湖北省汽车零部件重点协同创新中心, 湖北 武汉 430070)

**摘要:** 当金属件的特征尺寸缩小到微尺度时, 会产生尺寸效应, 从而使对微成形的理解变得复杂。本研究以 0.1 mm 厚的时效态 Inconel 718 薄板为研究对象, 对其进行了力学性能测试。基于力学测试数据, 探究了时效态 Inconel 718 薄板在相同应变速率、不同拉伸方向上各向异性、延伸率、屈服强度及最大抗拉强度的变化规律, 并建立了介观尺度下各向异性及屈服强度的预测模型和考虑应变率及应变速率的准静态硬化模型。结果表明: 时效态 Inconel 718 薄板具有明显的各向异性, 其延伸率以 45° 为极值点呈现先增大后减小的变化规律, 屈服强度和最大抗拉强度的变化规律与之相反。由于尺寸效应的存在需要 2 组不同的材料参数对各向异性及屈服强度进行预测。当应变速率大于 0.1 s<sup>-1</sup> 时, 材料屈服强度表现出明显的应变率敏感性, 该硬化模型不再适用。

**关键词:** 亚毫米尺度; 时效态 Inconel 718; 各向异性; 屈服强度; 硬化模型

**中图分类号:** TG132.3<sup>3</sup>

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1002-185X(2022)09-3297-10

随着 5G 时代和人工智能时代的到来, 微电子系统被应用的越来越广泛, 例如电子、电气、医药、航空、航天、核工业等, 并且越来越精密<sup>[1-3]</sup>。因此, 微型零部件的需求量得到了迅猛的增加, 并且对产品精度提出了更高的标准。微成形制造凭借其优异的机械性能、简单的工艺特点、较高的生产效率和低廉的成本<sup>[4, 5]</sup>, 受到全世界科研人员的青睐<sup>[6-10]</sup>。微成形是一种将工件尺寸限制在亚毫米范围内的塑性成形工艺<sup>[11-13]</sup>。由此, 零件的尺寸、特征尺寸以及板材变形行为将与宏观尺度下的完全不同, 这种现象被称为尺度效应<sup>[14-18]</sup>。多年来, 尺度效应引起了广泛的研究, 并取得了丰硕的成果<sup>[19-21]</sup>。研究表明, 尺度效应与参与变形过程的晶粒数量有关: 当变形区晶粒数量较多时, 材料通过晶界滑移、晶粒旋转及协调完成变形, 此时尺寸效应被抑制; 当变形区晶粒数量较少时, 晶粒的各向异性占据主导地位, 尺寸效应表现明显<sup>[22, 23]</sup>。

源于此, 建立适用于微成形的材料本构模型这项工作吸引了研究人员广泛的关注<sup>[24-26]</sup>。Peng<sup>[27]</sup>等人通过引入了尺度因子建立了一个均衡尺寸效应的本构模型, 去描述 304 不锈钢在微成形过程中变形行为。而

后, Lin<sup>[28]</sup>等人采用相同的方法建立了纯铜薄板的本构模型, 并通过试验, 验证了该模型的合理性。Peng<sup>[29]</sup>等人研究发现, 纯铜的晶粒取向对流动应力具有显著影响, 并基于 Hall-Patch 方程, 建立了包含晶粒取向及其演化规律的流动应力本构模型。Zhu<sup>[30]</sup>等人提出了一种耦合了晶粒尺寸与应变速率的 Johnson-Cook (J-C)修正模型, 对纯钛的流动应力进行了预测。

目前, 关于微尺度材料本构模型的研究大多集中在纯金属或变形能力较强的钢中, 如纯铜、纯钛和奥氏体不锈钢, 而对于变形难度大或多相合金的研究较少, 例如镍基高温合金。镍基高温合金凭借其优异的高温机械性能、出色的耐腐蚀性和良好的抗疲劳性能被广泛应用于航空航天领域高温零件的制造<sup>[31-33]</sup>。近年来, 镍基高温合金正在被逐步引入微成形领域<sup>[34-36]</sup>。众多的合金元素、复杂的微观结构和多元的强化机制使镍基高温合金的塑性变形过程充满了不确定性。Zhu<sup>[36]</sup>等人的研究表明: 在室温下, 第二相的尺寸与含量对于材料的流动应力具有明显的影响。但能够准确预测亚毫米尺度下的高温合金变形行为的本构模型尚未被提供。

收稿日期: 2021-09-10

基金项目: 国家重点研发计划 (2020YFA0714900)

作者简介: 刘艳雄, 男, 1985 年生, 博士, 副教授, 武汉理工大学汽车工程学院, 湖北 武汉 430070, 电话: 027-87658391, E-mail: liuyx@whut.edu.cn

本研究对 Inconel 718 薄板采用高温固溶处理+双级时效处理, 以保证热处理后 Inconel 718 具有全面的力学性能及  $\gamma'$  和  $\gamma''$  两相充分析出。借助现有的本构模型, 建立一个适用于微成形的 Inconel 718 薄板本构模型, 以期实现各向异性、屈服强度及考虑应变量和应变速率的硬化行为的准确预测。本研究有利于进一步了解尺度效应对高温合金变形行为的影响, 为后续微介观尺度下高温合金本构模型研究及塑性变形提供依据。

### 1 实验

实验材料选用厚度为 0.1 mm 的进口 Inconel 718 (对应中国牌号为 GH 4169, 又被称为 Superalloy 718<sup>[37]</sup>), 其化学成分如表 1 所示。Inconel 718 合金是一种以铁-镍-铬固溶体为基体的沉淀硬化型镍基变形高温合金<sup>[38]</sup>。与 Inconel 702、Inconel 751 等其它镍基变形高温合金相比, Inconel 718 合金微观组织无疑是最为复杂的。 $\gamma$  相是它的基体相, 是面心立方(fcc)结构;  $\gamma''$  是它的主要强化相, 形状是圆盘状, 化学成分为  $Ni_3Nb$ , 是规则的体心四方( $D0_{22}$ )结构, 与  $\gamma$  相存在共格关系, 属于亚稳态相<sup>[39]</sup>, 长时间时效处理, 会分解为  $\delta$  相<sup>[40]</sup>;  $\delta$  相呈棒状, 化学成分为  $Ni_3Nb$ , 具有正交( $D0_a$ )结构, 与  $\gamma$  相为非共格关系<sup>[40]</sup>;  $\gamma'$  是 Inconel 718 的辅助强化相, 其含量相对较小, 呈现为球状, 化学成分为  $Ni_3(Al,Ti)$ , 属于有序的面心立方( $L1_2$ )结构, 与  $\gamma$  相存在共格关系<sup>[38]</sup>。此外, 在合金基体中, 还存在少量碳化物(MC)<sup>[32]</sup>。

为保证  $\gamma''$  和  $\gamma'$  相充分析出, 本次试验所有样品均采用高温固溶+双级时效处理, 其热处理工艺如图 1 所示。为防止试样表面氧化, 所有试样均在 Ar 保护条

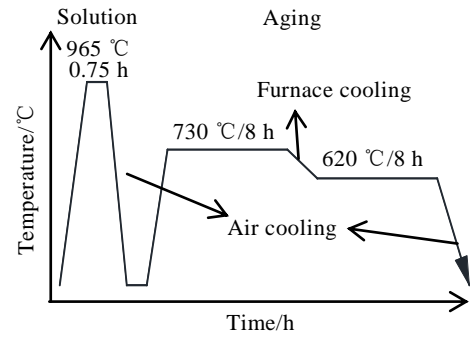


图 1 Inconel 718 热处理工艺

Fig.1 Heat treatment process for the Inconel 718

件下进行热处理。固溶处理工艺为试样随炉升温至 965 °C 后, 保温 45 min, 空冷至室温。双级时效处理工艺为试样随炉升温至 730 °C, 保温 8 h 后, 再以 50 °C/h 的速率炉冷至 620 °C, 保温 8 h 后, 空冷至室温, 完成热处理。

使用电火花线切割机沿着 Inconel 718 薄板的轧制方向及与轧制方向夹角  $\theta$  (22.5°、45°、67.5°和 90°) 进行取样, 拉伸试样图如图 2 所示。图 2 中 RD 为板材轧制方向, TD 为与轧制方向垂直的宽度方向。试样切割完成后, 使用 2000#金相砂纸对切割边缘进行打磨, 然后在超声波清洗机中用无水乙醇溶液中清洗表面的切削液和抛光碎屑 3 min, 取出后快速吹干。

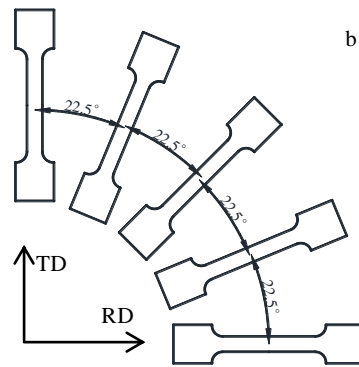
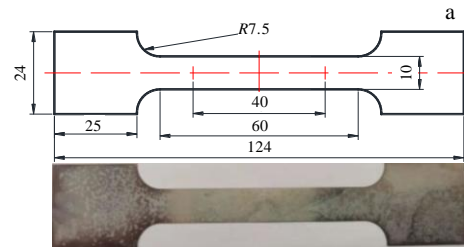


图 2 拉伸试样的尺寸及取样方向

Fig.2 Size (a) and sampling direction (b) of tensile sample

表 1 Inconel 718 化学成分

Table 1 Chemical composition of Inconel 718 (wt%)

| Element | Content |
|---------|---------|
| C       | 0.008   |
| Cr      | 18.5    |
| Ni      | 51.6    |
| Co      | 1.0     |
| Mo      | 3.3     |
| Al      | 0.8     |
| Ti      | 1.15    |
| Fe      | 17.6    |
| Nb      | 5.5     |
| B       | 0.006   |
| Mn      | 0.35    |

热处理后,对经过固溶+双级时效处理的试样使用 2000#的金相水砂纸进行机械研磨,并在抛光机上使用丝绒对试样进行机械抛光。采用 X 射线衍射 (XRD) 仪分析试样中存在的各相,靶材选用铜靶,  $2\theta$  测角范围  $10^\circ\sim 90^\circ$ 。然后将试样在 1000 倍 SEM 电子显微镜下拍摄试样的微观组织照片。

在电子万能材料试验机上,分别对图 2b 中 5 个方向的拉伸试样进行应变速率为  $10^{-3} s^{-1}$  的拉伸试验,另取 3 个轧制方向的拉伸试样分别进行应变速率为  $10^{-4}$ 、 $10^{-2}$  和  $10^{-1} s^{-1}$  的拉伸试验。试验过程中,使用纵向引伸计和横向引伸计对拉伸试样应变变量进行测量,为保证实验数据的准确性,所有拉伸测试均有 3 组平行样品对比。

## 2 本构模型建立

### 2.1 Inconel 718 薄板组织及力学性能分析

图 3a 为时效态 Inconel 718 薄板晶粒形貌,时效态基体中包含等轴晶和一定数量的孪晶,平均晶粒尺寸约为  $20\ \mu m$ 。图 3b 为时效态试样的 XRD 图谱,在图谱中以强度较高的基体相(100)、(200)、(220)的衍射峰为主,同时也存在着微弱的  $\gamma''$ 相和  $\gamma'$ 相的衍射峰。上述现象说明在热处理过程中晶粒内部析出了  $\gamma''$ 相和  $\gamma'$ 相。研究表明,时效处理后, $\gamma''$ 相尺寸范围在  $6\sim 12\ nm$  内,此外  $\gamma'$ 相晶粒尺寸远远小于  $\gamma''$ 相<sup>[38]</sup>,因此无法准确观测第二相的形貌及分布,并计算其体积分数。

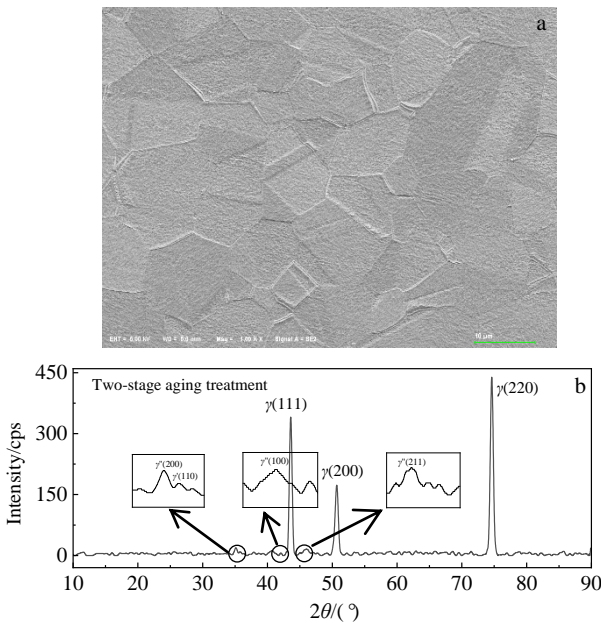


图 3 Inconel 718 薄板的微观组织及 XRD 图谱

Fig.3 Microstructure (a) and XRD pattern (b) of Inconel 718 sheet

图 4 为不同方向上的 Inconel 718 薄板力学性能曲线,其中图 4a 为相同应变速率下不同方向上的真实应力-应变曲线。由图 4a 可知,在  $\theta$  分别为  $0^\circ$ 、 $22.5^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $67.5^\circ$  和  $90^\circ$  5 个方向上的真实应力-应变曲线表现出明显的各向异性。随着方向的改变,Inconel 718 薄板的延伸率、屈服强度及最大抗拉强度都呈现出较大差异。其具体变化如图 4b~4d 所示,为减小误差,图 4b~4d 中各值都是 3 组平行试验结果求得的均值,图中红色竖线为该方向上拉伸结果的误差棒,为 3 组试验数据的标准差。在  $45^\circ$  方向上,断裂时的试样延伸率 (24.32%) 最大,但是其屈服强度 (1745.216 MPa) 与最大抗拉强度 (2320.6 MPa) 最小。板材的延伸率随着与轧制方向夹角的增加其呈现出先增加后减小的变化趋势,  $45^\circ$  是其极大值点;与之相反,屈服强度与最大抗拉强度呈现出先增大后减小的变化趋势,  $45^\circ$  为其极小值点。这是因为板材在轧制过程板材内部晶粒为了协调轧制变形发生转动,从而在  $45^\circ$  方向上形成晶粒择优取向。在该取向上的滑移系更容易受力启动,使得该方向上材料更容易发生塑性变形、提高材料延伸率,从而降低了材料的屈服强度及最大抗拉强度。

为了进一步表征 Inconel 718 薄板的各向异性,在表 2 中列出了不同方向上材料的各向异性系数  $r$  值,其参数化行为以  $45^\circ$  为极大值点,随着与轧制方向夹角的增加呈现出先增加后减小的变化趋势。

图 5 为 Inconel 718 薄板在不同应变速率下的真实应力-应变曲线,对比图中应变速率为  $10^{-4}$  和  $10^{-3} s^{-1}$  2 条曲线,发现薄板的抗拉强度、延伸率和屈服强度都没有发生明显的变化,说明此时 Inconel 718 薄板对应变速率的敏感性达到较低值,即当应变速率小于  $10^{-3} s^{-1}$  时,应变速率对 Inconel 718 薄板的力学性能几乎不存在影响。但随着应变速率的增加,屈服强度和延伸率呈现出了明显的应变速率敏感性,而最大抗拉强度并没有对应变速率表现出明显的敏感性。不同应变速率下的延伸率与屈服强度如表 3 所示,随着应变速率的增加,延伸率与屈服强度逐渐降低,并且屈服强度的敏感性会随着应变速率的降低逐渐增强。

商用锻造态或轧制态 Inconel 718 薄板的抗拉强度最大值为  $1400\sim 1600\ MPa$ ,但试验中薄板的抗拉强度大幅提高。上述现象表明,Inconel 718 薄板变形过程中存在明显的强化行为。当前研究表明,尺寸效应可以有限地提高材料的抗拉强度,但这并不足以将抗拉强度提高至  $2200\ MPa$  以上。因此,除尺寸效应之外,还存在其他的强化机制,并在强化过程中占据主导地位。

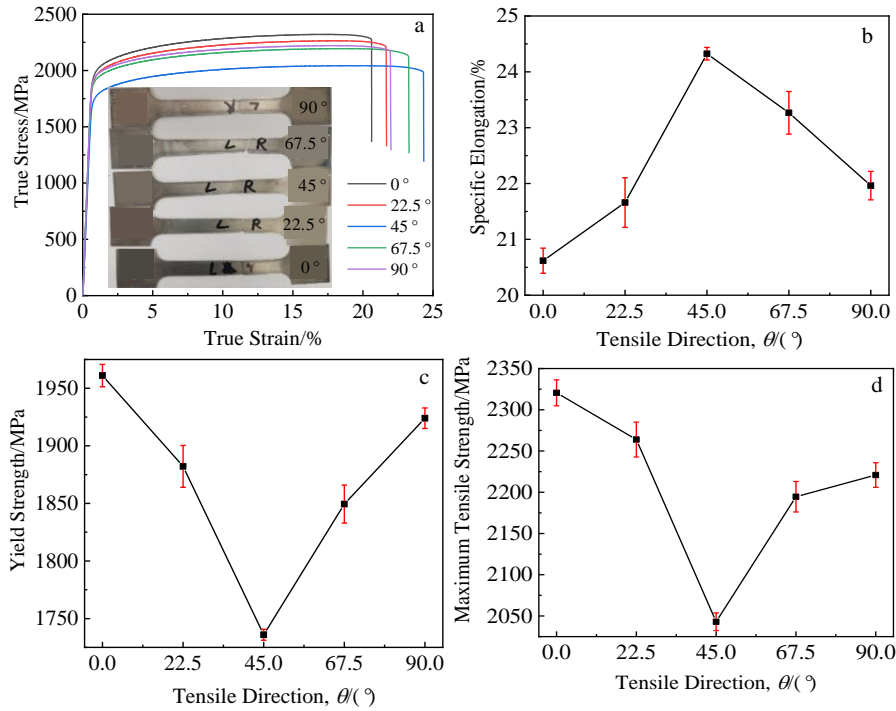


图 4 不同方向上的 Inconel 718 薄板力学性能曲线

Fig.4 Mechanical properties curves of Inconel 718 sheets in different tensile directions: (a) true stress-strain curves; (b) elongation; (c) yield strength; (d) maximum tensile strength

表 2 各向异性系数

Table 2 Anisotropy coefficient

| $\theta/(\circ)$ | 0     | 22.5  | 45    | 67.5  | 90    |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $r_{\theta}$     | 1.442 | 2.318 | 3.465 | 2.467 | 1.624 |

表 3 不同应变速率下 Inconel 718 薄板的延伸率、屈服强度及最大抗拉强度

Table 3 Elongation, yield strength and maximum tensile strength of Inconel 718 sheet under different strain rates

| Strain rate/<br>$s^{-1}$ | Elongation/% | Yield strength/MPa | Maximum tensile strength/MPa |
|--------------------------|--------------|--------------------|------------------------------|
| $10^{-4}$                | 20.51912     | 1948.5624          | 2297.0957                    |
| $10^{-3}$                | 20.6184      | 1961.0369          | 2320.60132                   |
| $10^{-2}$                | 17.35578     | 1911.7288          | 2240.7959                    |
| $10^{-1}$                | 14.8089      | 1361.4             | 2275.04712                   |

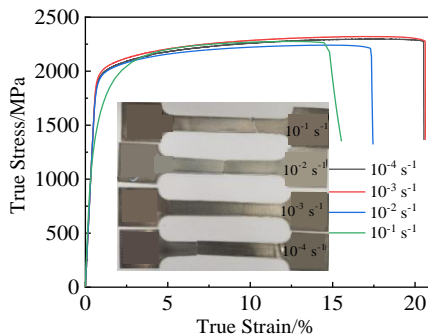


图 5 Inconel 718 薄板在不同应变速率下的真实应力-应变曲线

Fig.5 True stress-strain curves of Inconel 718 sheets under different strain rates

薄板经过时效处理后，在晶粒内部析出大量不连续分布地  $\gamma''$  和  $\gamma'$  相粒子。在变形过程中，第二相粒子起到钉扎的作用，将阻碍位错运动，从而提高 Inconel 718 薄板的抗拉强度。研究表明，时效后， $\gamma''$  相晶粒

尺寸为 9~18 nm， $\gamma''$  相尺寸远小于  $\gamma'$  相，因此，第二相粒子与位错间存在 2 种交互作用方式，其原理如图 6 所示。

当滑移的位错遇到尺寸较大且硬度较高的  $\gamma''$  相时，位错无法越过或切过第二相，只能选择绕过第二相，并在第二相周围形成 Orowan 位错环，其他区域位错将继续运动，从而提高材料的抗拉强度，如图 6a 所示。由于位错的交互作用，位错环相当于进一步增加了第二相粒子，因此下一个位错需要更大的切应力才能绕过  $\gamma''$  相。当滑移的位错遇到尺寸较小且硬度较小的  $\gamma'$  相时，位错在切应力作用下可以沿着滑移面切过第二相粒子，导致材料的抗拉强度增大，如图 6b

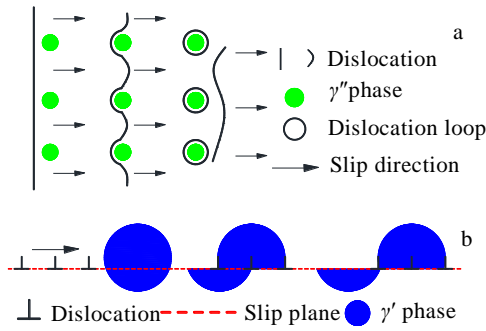


图6 位错与第二相粒子交互作用机制

Fig.6 Interaction mechanism between dislocation and the second phase: (a)  $\gamma''$  phase and (b)  $\gamma'$  phase

所示。被位错切割过后的颗粒截面积将减小，因此后续位错切割第二相粒子所需的切应力将逐渐减小。

### 2.2 考虑各向异性的屈服准则

Hill 48 各向异性屈服模型，是 Hill 在 1948 年首次提出的，用于描述材料中普遍存在的各向异性，目前，已经在各类有限元模拟软件中成为最经典的屈服模型之一<sup>[41]</sup>。Hill 48 模型是基于材料中存在 3 个正交的各向异性主轴建立的，可以表达为：

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{xz}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = \sigma^2 \quad (1)$$

其中， $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、 $L$ 、 $M$  和  $N$  与各向异性有关的材料常数，一般通过拟合拉伸实验结果获得。 $2f(\sigma_{ij})$  是材料的屈服函数。 $x$ 、 $y$  和  $z$  为分别用来表示材料的各向异性主轴，板料在平面应力状态下， $\tau_{yz} = \tau_{xz} = \sigma_{zz}$ ； $\sigma_{zz} \neq 0$ ； $\sigma_{yy} \neq 0$ ； $\tau_{xy} \neq 0$ ，则：

$$2f(\sigma_{ij}) = (G+H)\sigma_{xx}^2 + (F+H)\sigma_{yy}^2 - 2H\sigma_{xx}\sigma_{yy} + 2N\tau_{xy}^2 = \sigma^2 \quad (2)$$

拉伸方向与轧制方向的夹角用  $\theta$  表示，使用应力莫尔圆对各应力分量进行转化，则

$$\sigma_{xx} = \sigma \cos^2 \theta \quad (3)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma \sin^2 \theta \quad (4)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \sigma \sin \theta \cos \theta \quad (5)$$

将式 (3)、(4)、(5) 代入式 (2) 中，得到屈服函数与拉伸方向夹角  $\theta$  的关系：

$$\sigma = \sigma_\theta \sqrt{G \cos^4 \theta + F \sin^4 \theta + 2N \sin^2 \theta \cos^2 \theta + H(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)^2} \quad (6)$$

其中， $\sigma_\theta$  表示各方向上试样的单向拉伸屈服应力，令：

$$F_\theta = \sqrt{G \cos^4 \theta + F \sin^4 \theta + 2N \sin^2 \theta \cos^2 \theta + H(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)^2} \quad (7)$$

则：

$$\sigma = \sigma_\theta \cdot F_\theta \quad (8)$$

式中， $\sigma_\theta$  为关于  $\theta$  的函数。函数  $\Phi[\sigma, \sigma(h)]$  是一个关于参考屈服强度  $\sigma(h)$  的屈服函数，可以表达为：

$$\Phi[\sigma, \sigma(h)] = \sigma - \sigma(h) = 0 \quad (9)$$

由于延伸率、屈服强度及最大抗拉强度极值点均位于  $45^\circ$  拉伸方向上，因此在平面应力状态下，选择  $45^\circ$  方向的屈服强度作为参考值，此时， $\theta = 45^\circ$ ，则  $\sigma(h) = \sigma_{45^\circ}$ ，将其代入式 (9) 中，得  $\sigma = \sigma_{45^\circ}$ ，从而：

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_{45^\circ}}{F_\theta} \quad (10)$$

令式 (2) 中的屈服函数  $2f(\sigma_{ij})$  作为变形过程中的塑性位势函数，通过关联流动准则，结合欧拉特性，可以得到计算各应变分量的增量公式：

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} d\lambda \quad (11)$$

将式 (2) 代入式 (11) 中，由此可以将 Hill 48 模型中各应变增量分解出来：

$$\Delta \varepsilon_{xx} = [(H+G)\sigma_{xx} - H\sigma_{yy}] d\lambda \quad (12)$$

$$\Delta \varepsilon_{yy} = [(H+F)\sigma_{yy} - H\sigma_{xx}] d\lambda \quad (13)$$

$$\Delta \gamma_{xy} = N\tau_{xy} d\lambda \quad (14)$$

将式 (3)、(4)、(5) 代入式 (12)、(13)、(14) 中，则：

$$\Delta \varepsilon_{xx} = [(H+G)\cos^2 \theta - H\sin^2 \theta] \sigma d\lambda \quad (15)$$

$$\Delta \varepsilon_{yy} = [(H+F)\sin^2 \theta - H\cos^2 \theta] \sigma d\lambda \quad (16)$$

$$\Delta \gamma_{xy} = N\sigma \sin \theta \cos \theta d\lambda \quad (17)$$

材料不同拉伸方向上的各向异性系数可以用与拉伸方向垂直的宽度方向上的总应变增量与  $z$  轴上应变增量  $\Delta \varepsilon_{zz}$  的比值  $r_\theta$  表示，

$$r_\theta = \frac{\Delta \varepsilon_{\theta+90^\circ}}{\Delta \varepsilon_{zz}} \quad (18)$$

在拉伸方向上，总应变增量  $\Delta \varepsilon_\theta$  可以表达为：

$$\Delta \varepsilon_\theta = \Delta \varepsilon_{xx} \cos^2 \theta + \Delta \varepsilon_{yy} \sin^2 \theta + 2\Delta \gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (19)$$

因此，与拉伸方向垂直的宽度方向上的总应变增量可以表示为  $\Delta \varepsilon_{\theta+90^\circ}$ ，又因为  $\sin(\theta+90^\circ) = \cos \theta$ ， $\cos(\theta+90^\circ) = -\sin \theta$ ，则：

$$\Delta\epsilon_{\theta+90^\circ} = \Delta\epsilon_{xx} \sin^2 \theta + \Delta\epsilon_{yy} \cos^2 \theta - 2\gamma_{xy} \sin \theta \cos \theta \quad (20)$$

在塑性成形时, 由于板料内部质点呈连续且致密分布, 可以认为板料体积在变形过程中不发生改变, 因此,

$$\Delta\epsilon_{xx} + \Delta\epsilon_{yy} + \Delta\epsilon_{zz} = 0 \quad (21)$$

则

$$\Delta\epsilon_{zz} = -(\Delta\epsilon_{xx} + \Delta\epsilon_{yy}) \quad (22)$$

将式 (15)、(16)、(17)、(20)、(22) 代入式 (18) 中

$$r_\theta = \frac{H + (2N - 4H - G - F) \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{G \cos^2 \theta + F \sin^2 \theta} \quad (23)$$

当  $\theta$  等于  $0^\circ$ 、 $22.5^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $67.5^\circ$  和  $90^\circ$  时, 将其代入式 (10) 和 (23), 分别求得与屈服强度和各向异性有关材料常数  $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、和  $N$  的表达式:

$$\begin{cases} \left(\frac{\sigma_{45^\circ}}{\sigma_{0^\circ}}\right)^2 = G + H \\ \left(\frac{\sigma_{45^\circ}}{\sigma_{22.5^\circ}}\right)^2 = 0.729G + 0.021F + 0.25N + 0.5H \\ \left(\frac{\sigma_{45^\circ}}{\sigma_{67.5^\circ}}\right)^2 = 0.021G + 0.729F + 0.25N + 0.5H \\ \left(\frac{\sigma_{45^\circ}}{\sigma_{90^\circ}}\right)^2 = F + H \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} r_{0^\circ} = \frac{H}{G} \\ r_{22.5^\circ} = \frac{H + 0.125(2N - 4H - G - F)}{0.854G + 0.146F} \\ r_{45^\circ} = \frac{N}{G + F} - \frac{1}{2} \\ r_{67.5^\circ} = \frac{H + 0.125(2N - 4H - G - F)}{0.146G + 0.854F} \\ r_{90^\circ} = \frac{H}{F} \end{cases} \quad (25)$$

将图 4c 中屈服强度与表 2 中各向异性系数代入式(24)及 (25) 中, 求解得到与各向异性有关材料常数, 如表 4 所示。在宏观考虑各向异性屈服准则的研究中, 与屈服强度及各向异性相关的材料常数通常为 一组<sup>[42, 43]</sup>, 但是在本研究中, 有 2 组不同的材料常数与屈服强度及各向异性对应, 这是被薄板成形过程中的尺度效应所影响的。薄板厚度为  $100 \mu\text{m}$ , 图 3 中得到晶粒尺寸约为  $20 \mu\text{m}$ , 因此在拉伸断裂区的厚度方向上仅有少数几个晶粒, 如图 7 所示。此时, 板料在拉应力  $F$  的作用下产生变形趋势, 并随着力的增加开始变形, 但由于厚度方向上晶粒数目较少, 很难通过晶界的滑移、晶粒旋转及协调完

成变形, 晶粒的各向异性占据主导地位<sup>[23, 44]</sup>, 使得板材的各向异性参数不适用于屈服强度, 从而产生了 2 组不同的材料常数用以表征 Inconel 718 薄板的屈服强度及各向异性。

将表 4 中的材料常数代入式 (10)与式 (23)中, 将所得函数绘制成屈服强度及各向异性系数预测曲线, 如图 8 所示。图 8a 展示了对不同拉伸方向上 Inconel 718 薄板屈服强度的预测曲线与实验结果, 从图中可以看到在  $45^\circ$  方向上能够准确预测材料的屈服强度, 在其他方向上存在差异, 通过计算发现预测误差均小于 2%, 可以将其视为可靠的屈服强度的预测模型。图 8b 展示了对不同拉伸方向上 Inconel 718 薄板各向异性系数的预测曲线与实验结果, 在  $0^\circ$ 、 $45^\circ$  与  $90^\circ$  3 个方向上均可以准确地预测材料的各向异性, 在  $22.5^\circ$  和  $67.5^\circ$  方向上存在差异, 其均方根误差约为 0.071, 较为接近于 0, 表明该各向异性预测模型能够较为准确地对 Inconel 718 薄板各向异性系数进行预测。

### 2.3 考虑应变量的 Modified-Voce 硬化模型

材料硬化模型被用于描述材料在塑性变形过程中的硬化行为, 为了简化模型, 假定在材料在硬化阶段是各向同性的<sup>[45]</sup>。Modified-Voce 硬化模型是由幂指数相加构成的多项式函数, 其表达式为:

$$\sigma_{M-V} = A + B \exp(-C\varepsilon_p^m) + D \exp(-E\varepsilon_p^n) \quad (26)$$

其中,  $A$  是材料的屈服强度、 $C$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $m$  和  $n$  是材料常数,  $\varepsilon_p$  是材料的工程应变。

由图 8b 可知在  $0^\circ$  方向的材料各向异性系数值最低, 更符合各向同性硬化的特征, 因此选择  $0^\circ$  方向、应变速率  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$  下的工程应力-应变作为参考曲线, 建立考虑应变量的 Modified-Voce 硬化模型。表 3 展示了该方向上材料屈服强度为 1961.0369 MPa, 与应变变量有关材料塑性硬化常数如表 5 所示。

表 4 与屈服强度及各向异性有关材料常数

| Table 4 Material constants related to anisotropy |           |           |           |          |
|--|-----------|-----------|-----------|----------|
| Parameter  | $F$       | $G$       | $H$       | $N$      |
| $\sigma_\theta$                                  | 0.3140132 | 0.2835651 | 0.5950524 | 1.701211 |
| $r_\theta$                                       | 0.2106789 | 0.2372704 | 0.3420884 | 1.776025 |

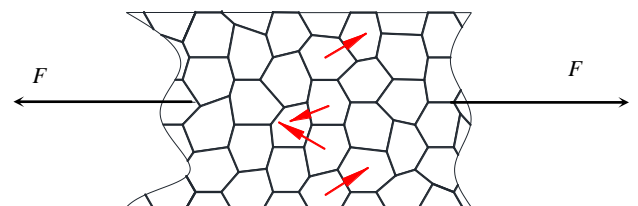


图 7 尺寸效应模型

Fig.7 Size effect model

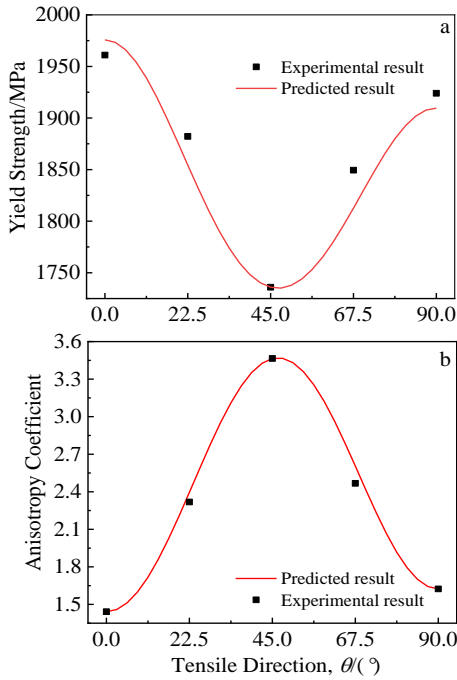


图 8 Inconel 718 薄板屈服强度和各向异性常数的实验结果与预测结果

Fig.8 Experimental and predicted results of Inconel 718 sheet: (a) yield strength and (b) anisotropy coefficient

表 5 与应变率有关的材料塑性硬化常数

Table 5 Plastic hardening constant relating to strain

| Constant | Value      |
|----------|------------|
| A        | 1961.02977 |
| B        | 132.39303  |
| C        | 10.86804   |
| D        | 269.77077  |
| E        | 0.7412     |
| m        | -1.62488   |
| n        | -0.63121   |

### 2.4 考虑应变率的硬化模型

1983 年, Johnson 和 Cook<sup>[46]</sup>依靠大量金属塑性变形实验数据, 提出了考虑应变率、应变率、温度 3 个因素的 J-C 本构模型, 其数学表达式为:

$$\sigma_{J-C} = (A + B\epsilon^n) (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) (1 - T^{*m}) \quad (27)$$

J-C 本构模型仍然假定材料是各向同性硬化<sup>[45]</sup>, 由于模型中 3 个因素互为乘积关系, 互不耦合<sup>[47]</sup>, 因此可将其数学表达式差分, 分别确定关于各影响因素的模型参数。同时, 在室温下塑性变形, 不需要考虑温度对硬化模型的影响, 因此, 式 (25) 中的  $(1 - T^{*m})$  的值为 1, 将式 (26) 代入 (27), 得:

$$\sigma = \sigma_{J-C} = \sigma_{M.V} (1 + P \ln \dot{\epsilon}^*) \quad (28)$$

式中,  $P$  是关于应变率的材料参数,  $\dot{\epsilon}^*$  是无量纲应变率, 可以表示为  $\dot{\epsilon}^* = \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}$ ,  $\dot{\epsilon}$  是应变率,  $\dot{\epsilon}_0$  是参考应变率, 取  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , 与应变率有关材料塑性硬化常数  $P$  值如表 6 所示。

### 2.5 硬化模型准确性评估

根据前文获得的考虑应变及应变率的材料参数绘制对应的应力应变曲线, 并与试验结果进行对比, 如图 9 所示。当应变率小于  $0.1 \text{ s}^{-1}$  时, 上述硬化模型能够准确地反应时效态 Inconel 718 薄板拉伸变形过程中应力-应变关系。此时, 各应变率下实验结果与硬化模型显著性系数 ( $R$ ) 如表 7 所示,  $R$  值均较为接近 1, 说明该硬化模型具有较高的可靠性。然而, 当应变率等于  $0.1 \text{ s}^{-1}$  时, 试验结果与硬化模型产生了明显的差异, 这说明上述考虑应变率及应变率的硬化模型不适用于应变率大于或等于  $0.1 \text{ s}^{-1}$  的变形状态下。这与 Inconel 718 薄板的屈服强度对较高应变率表现出显著的敏感性有关。

表 6 与应变率有关材料塑性硬化常数

Table 6 Plastic hardening constant relating to strain rate

| Strain rate, $\dot{\epsilon} / \text{s}^{-1}$ | $\ln \dot{\epsilon}^*$ | $P$ value |
|---|------------------------|-----------|
| $10^{-4}$                                     | $\ln(0.1)$             | 0.00477   |
| $10^{-2}$                                     | $\ln(10)$              | -0.01078  |
| $10^{-1}$                                     | $\ln(100)$             | -0.01192  |

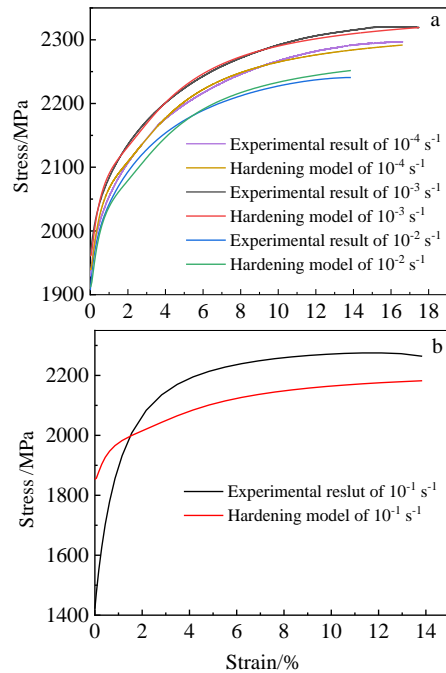


图 9 应力-应变曲线的试验结果与硬化模型

Fig.9 Experimental result and hardening model of stress-strain curves at  $\dot{\epsilon} < 0.1 \text{ s}^{-1}$  (a) and  $\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ s}^{-1}$  (b)

表 7 试验结果与硬化模型显著性系数

Table 7 Significant coefficient (R) between experimental result and hardening model

| Strain rate, $\dot{\epsilon}/s^{-1}$ | $10^{-4}$ | $10^{-3}$ | $10^{-2}$ |
|--------------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| R                                    | 0.987365  | 0.979636  | 0.994786  |

在室温下，金属的塑性变形主要是通过位错滑移实现的。在时效态 Inconel 718 塑性变形过程中，位错滑移是可移动位错、间隙元素和第二相( $\gamma''$ 和  $\gamma'$ 相)彼此相互作用过程，如图 10 所示。变形开始前，材料内部的间隙元素钉扎在可移动位错上，阻止其发生滑移。

当分切应力达到一定临界值时，可移动位错开始滑移，并开始切割通过时效处理析出的第二相粒子。当以较低的应变速率进行拉伸时，可移动位错以低速对第二相粒子进行切割。此时，第二相与间隙元素的共同作用对位错滑移产生了更大的阻碍，需要更大的分切应力才能克服阻碍作用，完成变形<sup>[48]</sup>。与此相反，当以较高的应变速率进行拉伸时，剧烈的塑性变形为可移动位错提供了足够的动能，使得位错可以轻易地从间隙元素和第二相粒子阻碍中挣脱，完成塑性变形<sup>[33]</sup>。由此，使得 Inconel 718 薄板的力学性能对应变速率产生了显著的敏感性。

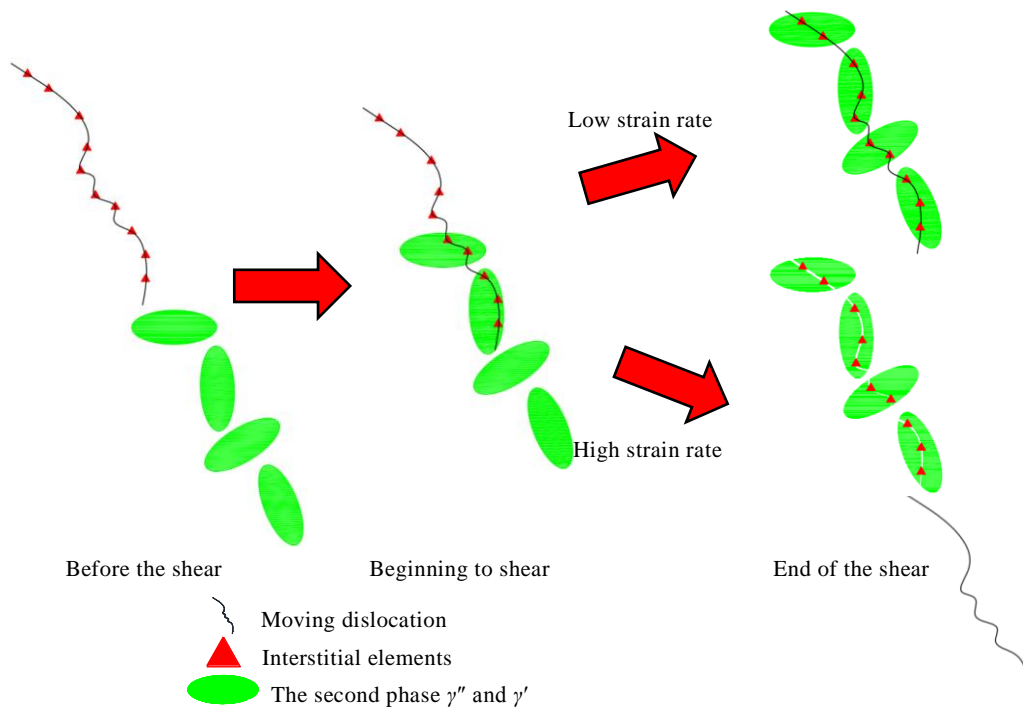


图 10 不同应变速率下位错滑移机制

Fig.10 Mechanism of dislocation slip at different strain rates

### 3 结 论

1) 时效态 Inconel 718 薄板具有明显的各相异性，其延伸率随着拉伸方向与轧制方向夹角增加呈现出先增加后减小的变化趋势；与之相反，其抗拉强度及屈服强度呈现出先减小后增加的变化趋势，其极值点均为夹角 45°。

2) 使用 Hill 48 各向异性屈服模型获得了能够准确预测时效态 Inconel 718 薄板各向异性及屈服强度的材料常数，但由于薄板独特的尺寸效应，使得关于各向异性参数不适用于屈服强度预测，从而产生了 2 组

材料常数。

3) 基于 Modified-Voce 硬化模型和 J-C 硬化模型建立了考虑应变变量及应变速率的时效态 Inconel 718 薄板硬化模型。该模型能够准确地反映变形过程中材料在应变速率小于  $0.1 s^{-1}$  的应力-应变关系，但当应变速率等于或大于  $0.1 s^{-1}$ ，该模型不再适用。

4) 低应变速率变形时，由于间隙元素与第二相粒子共同作用，使可移动位错难以发生滑移，使得材料屈服强度增加；高应变速率变形时，间隙元素与第二相粒子很难阻碍位错滑移，使得时效态 Inconel 718 薄板具有了明显的应变速率敏感性。



## 参考文献 References

- [1] Xu J, Wang X W, Wang C J *et al.* *Advanced Materials*[J], 2021, 33(6): 2 000 893
- [2] Pradeep R C, Ramesh T. *Engineering Science and Technology, an International Journal*[J], 2021, 24(2): 556
- [3] Ran J Q, Fu M W, Chan W L. *International Journal of Plasticity*[J], 2013, 41: 65
- [4] Joo B Y, Rhim S H, Oh S I. *Journal of Materials Processing Technology*[J], 2005, 170(3): 593
- [5] Vollertsen F, Schulze Niehoff H, Hu Z. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*[J], 2006, 46(11): 1172
- [6] Cui J K, Liu H X, Ma Y J *et al.* *Journal of Manufacturing Processes*[J], 2020, 56: 718
- [7] Zheng C, Pan C D, Tian Z R *et al.* *Optics and Laser Technology*[J], 2020, 121: 105 785
- [8] Deng Y, Xie M, Tsui C P *et al.* *Procedia CIRP*[J], 2020, 95(4): 1010
- [9] Zeng Z J, Li D P, Yu Z Y *et al.* *Procedia CIRP*[J], 2018, 68: 588
- [10] Zhao R L, Wang S J, Chen X *et al.* *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*[J], 2020, 106(9-10): 4307
- [11] Hu Chundao(胡春道). *Thesis for Doctorate*(博士论文)[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2016
- [12] Geiger M, Kleiner M, Eckstein R *et al.* *CIRP Annals*[J], 2001, 50(2): 445
- [13] Fu M W, Chan W L. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*[J], 2012, 67(9-12): 2411
- [14] Xu Z T, Peng L F, Fu M W *et al.* *International Journal of Plasticity*[J], 2015, 68: 34
- [15] Razali A R, Qin Y. *Procedia Engineering*[J], 2013, 53: 665
- [16] Geiger M, Vollertsen F, Kals R. *CIRP Annals*[J], 1996, 45(1): 277
- [17] Wang G C, Zheng W, Wu T *et al.* *Journal of Materials Processing Technology*[J], 2012, 212(3): 678
- [18] Liu Y, Wang C J, Han H B *et al.* *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*[J], 2017, 93(5-8): 2243
- [19] Vedat T. *Uluslararası Muhendislik Arastirma ve Gelistirme Dergisi*[J], 2018, 10(2): 127
- [20] Ahmed N M, Sabah F A, Abdulgafour H I *et al.* *Results in Physics*[J], 2019, 13: 102 159
- [21] Zhu Q, Wang C J, Qin H Y *et al.* *Materials Characterization*[J], 2019, 156: 109 875
- [22] Xu J, Guo B, Shan D B. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*[J], 2011, 56(5-8): 515
- [23] Liu Y, Wang C J, Guo B *et al.* *Micro and Nano Letters*[J], 2017, 12(10): 808
- [24] Wang Y, Dong P L, Xu Z Y *et al.* *Materials and Design*[J], 2010, 31(2): 1010
- [25] Farzin M, Jafari R, Mashayekhi M. *Key Engineering Materials*[J], 2011, 473: 556: 109 875
- [26] Tang X F, Shi S Q, Fu M W. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*[J], 2020, 148: 103 473
- [27] Peng L F, Lai X M, Lee H J *et al.* *Materials Science and Engineering A*[J], 2009, 526(1-2): 93
- [28] Lin X J, Wang G C, Zheng W *et al.* *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*[J], 2014, 24(2): 470
- [29] Peng L F, Xu Z T, Gao Z Y *et al.* *International Journal of Mechanical Sciences*[J], 2018, 138-139: 74
- [30] Zhu C X, Xu J, Yu H P *et al.* *Journal of Materials Research and Technology*[J], 2021, 11: 2146
- [31] Zhu Q, Cheng L K, Wang C J *et al.* *Materials Science and Engineering A*[J], 2019, 766: 138 405
- [32] Yuan K B, Guo W G, Li D W *et al.* *International Journal of Plasticity*[J], 2021, 136: 102 865
- [33] Yuan K B, Guo W G, Li P H *et al.* *Mechanics of Materials*[J], 2019, 135: 13
- [34] Zhao R, Li X J, Wan M *et al.* *Materials and Design*[J], 2017, 130: 413
- [35] Zhao R, Han J Q, Liu B B *et al.* *Materials and Design*[J], 2016, 94: 195
- [36] Zhu Q, Chen G, Wang C J *et al.* *Journal of Materials Science and Technology*[J], 2020, 47: 177
- [37] Li Yuli(李宇力), Zhou Xuan(周 宣), Ma Tengfei(马腾飞) *et al.* *Rare Metal Materials and Engineering*(稀有金属材料与工程)[J], 2020, 49(7): 2470
- [38] Zhu Qiang(朱 强). *Thesis for Doctorate*(博士论文)[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2020
- [39] Ghorbanpour S, Zecevic M, Kumar A *et al.* *International Journal of Plasticity*[J], 2017, 99: 162
- [40] Shen Jialin(申佳林), Wei Xianyi(韦贤毅), Xu Pingwei(徐平伟) *et al.* *Rare Metal Materials and Engineering*(稀有金属材料与工程)[J], 2019, 48(5): 1467
- [41] Deng Siying(邓思颖). *Thesis for Doctorate*(博士论文)[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2020
- [42] Wang Haibo(王海波), Chen Zhengyang(陈正阳), Yan Yu(阎昱). *Journal of Plasticity Engineering*(塑性工程学报)[J], 2015, 22(2): 45
- [43] XuYong(徐 勇), Wang Zhen(王 震), Zheng Yipan(曾一畔)

- et al. Journal of Plasticity Engineering*(塑性工程学报)[J], 2020, 27(1):138
- [44] Xu J, Guo B, Wang C J *et al. International Journal of Machine Tools and Manufacture*[J], 2012, 60: 27
- [45] Deng S Y, Song H W, Zheng C *et al. International Journal of Material Forming*[J], 2018, 12(2): 321
- [46] Johnson G R, Cook W H *et al. Engineering Fracture Mechanics*[J], 1983, 21: 541
- [47] Liu Xiao(刘 晓), Yan Huansong(闫欢松), Kong Zukai(孔祖开) *et al. Materials for Mechanical Engineering*(机械工程材料)[J], 2019, 43(1):79
- [48] Lee K O, Lee S B. *Materials Science and Engineering A*[J], 2012, 541: 81

## Anisotropic Yield Criterion and Hardening Model Construction of Aging Inconel 718 Sheet Under Quasi-static Loading

Liu Yanxiong<sup>1,2,3</sup>, Ji Kaisheng<sup>1,2,3</sup>, Zhang Yijun<sup>1,2,3</sup>, Yin Fei<sup>1,2,3</sup>

(1. Hubei Key Laboratory of Advanced Technology for Automotive Components, Wuhan 430070, China)

(2. Hubei Engineering Research Center for Green Precision Material Forming, Wuhan 430070, China)

(3. Hubei Key Collaborative Innovation Center for Automotive Components Technology, Wuhan 430070, China)

**Abstract:** The deformation mechanism will be more intricate by the size effect when the characteristic size of metal parts is reduced to a micro scale. In this paper, the aging Inconel 718 foil with thickness of 0.1 mm was selected as the study subject and its mechanical properties were tested. Based on the mechanical test data, the anisotropy, elongation, yield strength and maximum tensile strength of aging Inconel 718 sheets were explored under different tensile directions and uniform strain rates. And the predicted model of anisotropy and yield strength and the hardening model considering the strain and strain rate were established. The results show that the aging Inconel 718 sheets have conspicuous anisotropy. The tensile direction of 45° is an extreme point for the anisotropy, elongation, yield strength and maximum tensile strength. The elongation and anisotropy firstly increases and then decreases with the increase of angle between tensile direction and rolling direction. But the change rule of yield strength and maximum tensile strength is opposite to elongation and anisotropy. In order to accurately predict the anisotropy and yield strength, two different sets of material parameters are needed due to the size effect. When the strain rate is higher than 0.1 s<sup>-1</sup>, the material yield strength shows obvious sensitivity for strain rate. In this moment, the above hardening model is not applicable.

**Key words:** sub-millimeter scale; aging Inconel 718; anisotropy; yield strength; hardening model

---

Corresponding author: Yin Fei, Ph. D., Professor, Hubei Key Laboratory of Advanced Technology for Automotive Components, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, P. R. China, Tel: 0086-27-87658391, E-mail: fyin@whut.edu.cn