

# TC4 钛合金的多轴高周疲劳损伤及强度退化研究

李炳强, 吴超, 李晨昀, 周宏根, 刘金锋

(江苏科技大学 机械工程学院, 江苏 镇江 212003)

**摘要:** 不同工况下 TC4 (Ti-6Al-4V) 钛合金疲劳累积损伤及强度退化存在较大差别。为了充分表征载荷参数的影响, 基于 Chaboche 损伤模型以及改进的多轴疲劳损伤准则, 提出新的强度退化模型, 开展了 TC4 钛合金的多轴高周疲劳(HCF)寿命预测和强度退化评估。首先, 开展 TC4 合金在一系列加载路径下的多轴比例和非比例疲劳试验。将 Chaboche 非线性损伤准则和临界平面法与提出的损伤控制参数相结合, 描述了 TC4 合金的非线性疲劳损伤计算和寿命预测。其次, 进一步建立了基于累积损伤的非线性强度退化模型, 并证明了该模型在不同载荷工况下均可以获得更高的精度。实验结果表明, 由于考虑载荷参数的影响, 提出的 TC4 钛合金疲劳寿命与强度退化预测结果精度远高于其他的预测模型。

**关键词:** 疲劳寿命; 多轴损伤; 强度退化; TC4 钛合金

中图法分类号: TG146.23

文献标识码: A

文章编号: 1002-185X(2023)05-1896-09

由于具备低密度、高强度, 高韧性、耐腐蚀性、焊接性等优良性能, TC4 钛合金如今已经广泛应用于航空航天工业中, 一些学者开展了不同工艺对其疲劳性能与断裂机理的影响研究<sup>[1-2]</sup>以及服役中的累积损伤研究<sup>[3]</sup>。在疲劳寿命计算领域, 基于累积损伤模型的算法吸引了大量学者。其中, Miner 线性损伤准则是最简单的。考虑到循环荷载相互独立, 并假设荷载循环引起的材料损伤与荷载参数无关, 在 Miner 模型中, 材料在使用过程中的损伤值是完全线性叠加的。事实上, 损伤值与载荷密切相关, 低于疲劳极限的循环应力幅值也会对材料造成损伤。线性累积损伤准则不适用于复杂受力条件下的疲劳损伤研究, 这将导致 3 倍以上的高估<sup>[4]</sup>。

在此基础上, 采用基于非线性累积损伤模型的算法来研究疲劳寿命预测<sup>[5-10]</sup>。基于恒定振幅载荷数据, Huffman 等<sup>[5]</sup>提出了一种新的唯象技术, 用于预测变幅载荷下的疲劳寿命。在变幅加载的历史中, 损伤是通过在特定振幅反转应变范围内恒定振幅加载产生的近似累积损伤来预测的。通过 3 种不同金属的变幅疲劳试验数据验证了该模型与其他方法的有效性。Zuo 等<sup>[6]</sup>应用非线性疲劳损伤累积模型研究变幅载荷下的疲劳寿命预测。在实验的基础上, Chaboche 等<sup>[7]</sup>建立了非线性损伤累积模型, 提出了载荷参数与材料损伤关系的损伤演化方程。基于 Chaboche 等人的工

作, 许多学者开展了疲劳寿命预测和可靠性研究<sup>[8-10]</sup>。工程结构在使用中经常承受复杂的多轴非比例循环荷载。在单轴、多轴比例和非比例载荷作用下, 结构构件的损伤累积和疲劳寿命表现出不同的特征。

目前, 研究多轴疲劳损伤的主要方法有能量法<sup>[11-12]</sup>、等效应力或应变法<sup>[13-14]</sup>、临界平面法<sup>[15-19]</sup>和基于能量的临界平面法<sup>[20]</sup>。临界平面法因其明确的物理意义而受到广泛的讨论和研究。临界失效面的概念基于疲劳裂纹萌生和扩展的机理。根据这一机制, 疲劳失效发生在特定的材料平面上, 在该平面上进行疲劳损伤累积和疲劳寿命估算。研究人员对多轴非比例疲劳临界面法进行了大量研究, 提出了许多临界界面损伤控制准则, 如 F-S 准则<sup>[15]</sup>、Wang-Yao 准则<sup>[16]</sup>、Shang-Wang 准则<sup>[17]</sup>和 MKBM 准则<sup>[18]</sup>等。Zhang 等<sup>[19]</sup>回顾了几种多轴高周疲劳极限规则, 提出了一种改进的基于最大剪应力面确定的临界平面的多轴高周疲劳 (HCF) 规则。与其他判据相比, 基于该模型的预测结果与实验数据吻合较好。不同学者提出的各种疲劳寿命预测临界界面模型不能适用于所有类型的材料。为了建立更准确、可行的 TC4 钛合金多轴非比例疲劳临界界面损伤控制参数, 还需要进行大量的研究。

在疲劳累积损伤过程中, 结构的承载力也在降低, 即强度退化现象。许多学者基于试验数据建立了大量的剩余强度分析模型。基于对玻璃纤维复合材料

收稿日期: 2022-07-07

基金项目: 国防装备预研快速扶持项目 (80902010701); 国家重点研发计划专项 (2020YFB1712600, 2020YFB1712602); 国家自然科学基金 (51605204)

作者简介: 李炳强, 男, 1986 年生, 博士, 江苏科技大学机械工程学院, 江苏 镇江 212003, E-mail: libingqiang@just.edu.cn

的实验分析, Broutman 等<sup>[21]</sup>提出了剩余强度的线性衰减模型。Schaff 和 Davidson<sup>[22]</sup>利用等幅剩余强度模型, 提出了一种在 2 种应力水平和疲劳谱下预测复合材料疲劳寿命的方法。Stojkovi<sup>[23]</sup>提出了一个双参数标准化强度储备模型 (NSRM) 来预测强度退化。通过使用不同的实验数据集, 证明了该模型的准确性。

作者之前对 TC4 合金的疲劳性能研究主要集中于单轴受力条件<sup>[3]</sup>。基于之前的研究, 对 TC4 合金进行了多轴比例和非比例疲劳试验。提出了一种改进的临界面多轴疲劳损伤控制参数计算公式。将 Chaboche 非线性损伤准则和临界平面法与提出的损伤控制参数相结合, 描述了 TC4 合金的非线性疲劳损伤计算和寿命预测。与 SWT 和 F-S 模型相比, 该方法计算的疲劳寿命分布与实验结果吻合较好, 验证了该模型的准确性。这里进一步提出了基于累积损伤的 TC4 合金非线性剩余强度模型, 并证明该模型在多种载荷条件下都能获得较高的精度。

## 1 非线性多轴疲劳损伤模型

### 1.1 非线性损伤模型

考虑疲劳损伤的特点, Chaboche 提出了一个非线性模型来描述损伤的演化过程<sup>[7]</sup>:

$$dD = f(D, \sigma)dn \quad (1)$$

其中  $\sigma$  为载荷参数。对于单轴疲劳损伤问题,

Chaboche 推导出损伤的表达形式为:

$$dD = [1 - (1 - D)^{1+\beta}]^\alpha \left[ \frac{\sigma_a}{M(1 - b\sigma_m)(1 - D)} \right]^\beta dn \quad (2)$$

其中  $\sigma_a$  为循环应力幅值,  $\sigma_m$  为应力均值,  $M$ ,  $\beta$  以及  $b$  为材料参数,  $\alpha$  为载荷相关参数, 其表达式为:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{H} \langle \sigma \rangle = 1 - \frac{1}{H} \left\langle \frac{\sigma_{\max} - \sigma_f}{\sigma_b - \sigma_{\max}} \right\rangle^h \quad (3)$$

其中  $H$  和  $h$  为材料参数,  $\sigma_b$  以及  $\sigma_f$  为抗拉强度和疲劳极限,  $\sigma_{\max}$  为最大应力值, 且有  $\langle x \rangle = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$ 。

损伤值可应用疲劳过程中韧性退化值来测量, TC4 合金的 Chaboche 非线性损伤模型参数可通过拟合试验数据获得<sup>[9]</sup>, 如表 1 所示。

### 1.2 多轴疲劳准则

如图 1 所示, 薄壁试件承受拉伸和扭转组合的同相或异相正弦波形周期载荷, 即

表 1 TC4 钛合金的损伤模型参数

Table 1 Parameters of TC4 alloy for damage model

$M$	$h$	$H$	$\beta$	$B$
$1.86 \times 10^{10}$	0.434	0.081	0.757	0.0029

$$\sigma_x = \sigma_{x,a} \sin(\omega t) + \sigma_{x,m} \quad (4)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy,a} \sin(\omega t - \delta) + \tau_{xy,m}$$

其中  $\tau_{xy,a} = \lambda_0 \sigma_{x,a}$ 。临界面被认为是疲劳裂纹萌生的平面, 也是材料中最危险的平面。虽然基于临界平面的准则形式不同, 但有必要找出与临界平面对应的材料平面上的剪应力和垂直于该平面的法向应力。单元体中任意材料平面  $\Pi$  在  $O$  点处的法向由单位法向量  $n$  描述。单位法向量  $n$  与  $x-y-z$  坐标系中  $z$  轴的夹角定义为  $\theta$ , 而其在  $x-y$  平面上的投影与  $x$  轴的夹角定义为  $\varphi$ 。

平面  $\Pi$  内法向应力幅值  $\sigma_a(\varphi, \theta)$  以及应力均值  $\sigma_m(\varphi, \theta)$  可以表示为<sup>[19]</sup>:

$$\sigma_a(\varphi, \theta) = \sin^2 \theta [(\sigma_{x,a} \cos^2 \varphi + \lambda_0 \sigma_{x,a} \sin 2\varphi \cos \delta)^2 + (\lambda_0 \sigma_{x,a} \sin 2\varphi \sin \delta)^2]^{1/2} \quad (5)$$

$$\sigma_m(\varphi, \theta) = \sin^2 \theta [\sigma_{x,m} \cos^2 \varphi + \tau_{xy,m} \sin 2\varphi] \quad (6)$$

进而平面  $\Pi$  内的最大法向应力为:

$$\sigma_{\max}(\varphi, \theta) = \sigma_a(\varphi, \theta) + \sigma_m(\varphi, \theta) \quad (7)$$

推导平面  $\Pi$  内的剪应力幅值, 表达式为:

$$\tau_a(\varphi, \theta) = \sqrt{\frac{\Gamma^2 + \Xi^2 + \Theta^2 + \Psi^2}{2} + \left( \frac{\Gamma^2 + \Xi^2 + \Theta^2 + \Psi^2}{2} \right)^2 - (\Gamma \Xi - \Theta \Psi)^2}^{1/2} \quad (8)$$

其中

$$\Gamma = \frac{1}{2} \sin 2\theta [\sigma_{x,a} \cos^2 \varphi + \lambda_0 \sigma_{x,a} \sin 2\varphi \cos \delta]$$

$$\Xi = -\frac{1}{2} \sin 2\theta [\sigma_{x,a} \sin 2\varphi \sin \delta]$$

$$\Theta = \frac{1}{2} \sin \theta [2\lambda_0 \sigma_{x,a} \cos 2\varphi \cos \delta - \sigma_{x,a} \sin 2\varphi]$$

$$\Psi = -\frac{1}{2} \sin \theta [2\lambda_0 \sigma_{x,a} \cos 2\varphi \sin \delta]$$

临界面被很多学者定义为最大剪应力平面。在 TC4 钛合金试件的多轴疲劳试验中, 作者发现有时候会出现多个最大剪应力平面。疲劳控制变量可以看作临界平面上的剪切应力幅值和最大正应力的组合<sup>[19]</sup>, 因此, 在所有最大剪应力所在平面中, 具备最大正应力的平面是更加危险的平面, 在这里, 定义在所有最大剪应力平面中, 具备最大正应力的平面为临界面。

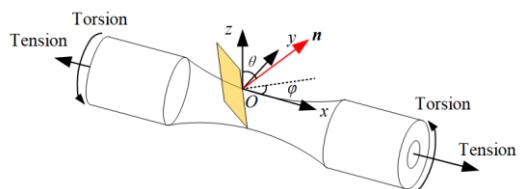


图 1 多轴载荷以及临界面的方位

Fig.1 Multiaxial loading and orientation of critical plane

应用球坐标参数  $(\varphi_{cp}, \theta_{cp})$  表征临界平面的方位角, 可得:

$$\tau_{a,\max} = \tau_a(\varphi_{cp}, \theta_{cp}) \quad (9)$$

为了简化和统一标签, 以下定义:

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\max}(\varphi_{cp}, \theta_{cp}) \quad (10)$$

基于临界平面法的高周疲劳 (HCF) 损伤参量 ( $P_{cr}$ ) 的通用形式可以表达为<sup>[17]</sup>:

$$P_{cr} = f(\tau_{a,\max}, \sigma_{\max}) \quad (11)$$

文献[19]提出了一种改进的基于扭转行为的多轴 HCF 疲劳准则。由于 Chaboche 非线性损伤模型在描述拉伸和扭转损伤方面有很好的性能<sup>[7-10]</sup>, 根据试件的应力状态, 提出了基于拉伸和扭转行为的多轴 HCF 损伤控制参数的修正公式, 如下所示:

$$P_{cr} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_f}{\sigma_t}\right)^2 \tau_{a,\max}^2 - \left(\frac{\sigma_f}{\sigma_t}\right)^2 \tau_{a,\max} \sigma_{\max}^* + (\sigma_f + 2\tau_{a,\max}) \sigma_{\max}^*} \quad (12)$$

其中引入  $\sigma_{\max}^*$  是为了表征应力均值的影响, 其表达

$$\text{式为: } \sigma_{\max}^* = \frac{\sigma_a(\varphi_{cp}, \theta_{cp})}{1 - \sigma_a(\varphi_{cp}, \theta_{cp}) / \sigma_b}$$

本研究所提出的多轴疲劳准则适用于满足  $1.25 < \sigma_f / \sigma_t < 2$  的材料。将式(12)代入式(2), 可得:

$$dD = [1 - (1 - D)^{1+\beta}]^\alpha \cdot \left[ \frac{\left[ \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right)^2 \tau_{a,\max}^2 - \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right)^2 \tau_{a,\max} \sigma_{\max}^* + (\sigma_f + 2\tau_{a,\max}) \sigma_{\max}^* \right]^{1/2}}{M[1 - b \sin^2 \theta_{cp} (\sigma_{x,m} \cos^2 \varphi_{cp} + \tau_{y,m} \sin 2\varphi_{cp})](1 - D)} \right]^\beta dn \quad (13)$$

其中  $\sigma_i$  为扭转疲劳极限。通过积分, 可以得到任意载荷水平下的疲劳寿命预测表达式为:

$$N_f = \frac{1}{1-\alpha} \frac{1}{1+\beta} \left[ \frac{M[1 - b \sin^2 \theta_{cp} (\sigma_{x,m} \cos^2 \varphi_{cp} + \tau_{y,m} \sin 2\varphi_{cp})]}{\left[ \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right)^2 \tau_{a,\max}^2 - \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right)^2 \tau_{a,\max} \sigma_{\max}^* + (\sigma_f + 2\tau_{a,\max}) \sigma_{\max}^* \right]^{1/2}} \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (14)$$

经过  $n$  次载荷循环后, 损伤值为:

$$D = 1 - \left\{ 1 - \left[ n(1-\alpha)(1+\beta) \left\{ \frac{M[1 - b \sin^2 \theta_{cp} (\sigma_{x,m} \cos^2 \varphi_{cp} + \tau_{y,m} \sin 2\varphi_{cp})]}{\left[ \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right)^2 \tau_{a,\max}^2 - \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right)^2 \tau_{a,\max} \sigma_{\max}^* + (\sigma_f + 2\tau_{a,\max}) \sigma_{\max}^* \right]^{1/2}} \right\}^{-\frac{1}{1-\alpha}} \right] \right\}^{\frac{1}{1+\beta}} \quad (15)$$

## 2 实验及讨论

### 2.1 实验材料

TC4 合金的疲劳试件由西北有色金属研究院提

供, 并经过脱氢-置氢处理。TC4 钛合金具有优良的高温性能, 是航空航天的理想锻造材料。然而, 其具有较高的变形抗力和变形温度。采用 TC4 钛合金加氢脱氢工艺, 先加入氢作为临时合金元素, 再进行真空退火热处理脱氢, 提高了 TC4 钛合金的热加工性能。以氢质量分数为 0.25% 的 TC4 钛合金作为坯料。退火处理的工艺顺序为: (1) 750 °C 真空退火处理 5 h; (2) 900 °C 真空退火处理 1 h; (3) 在常规炉中进行 450 °C 时效处理 4 h。试件及其尺寸分别如图 2a 和 2b 所示, TC4 合金的显微组织如图 2c 所示, 可知其为  $\alpha+\beta$  双相组织。其测得试件材料属性如表 2 所示。

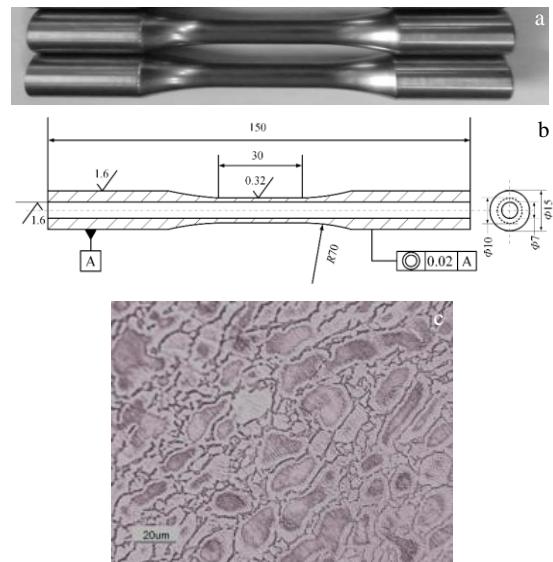


图 2 测试试件及尺寸和显微组织

Fig.2 Test specimen (a), dimensions (b), and microstructure (c)

表 2 TC4 钛合金的性能及参数

Table 2 Properties and parameters of TC4 titanium alloy

Property	Symbol	Value
Ultimate tensile strength/MPa	$\sigma_b$	1005
Tensional fatigue limit/MPa	$\sigma_f$	391
Torsional fatigue limit/MPa	$\sigma_t$	244
Fatigue strength coefficient/MPa	$\sigma_t'$	1136
Fatigue strength exponent	$b_0$	-0.087
Fatigue ductility coefficient	$\varepsilon_t'$	0.298
Fatigue ductility exponent	$c_0$	-0.58
Elastic modulus/GPa	$E$	110
Elastic Poisson's ratio	$\nu_e$	0.3
Plastic Poisson's ratio	$\nu_p$	0.49
Empirical coefficient of material	$k_0$	1.0

## 2.2 实验过程

在比例加载和4种非比例加载条件下进行了多轴疲劳试验。使用 Instron 8874 轴向拉扭高频疲劳试验机, 采样频率设定为 130 Hz。5 种加载路径如图 3a 所示。在条件为  $\sigma_{xy}^2 > \sigma_{xx}\sigma_{yy}$  的情况下, 临界面垂直于自由表面。设定  $\theta=\pi/2$ , 得到不同  $\varphi$  值下剪切应力和法向应力的分布, 进而表征临界平面方位, 如图 3b 所示。在每个加载路径下, 对 10 个样品进行不同应力水平的测试。加载路径 I 下理论分析存在 2 个临界面, 实验中发现临界面  $\varphi \approx \pi/2$  更容易被激发, 其断裂路径如图 4a 所示, 其中裂纹扩展区域的 SEM 形貌如图 4b 所示, 为韧性断裂。在最终断裂区, 材料表现为脆性断裂, 如图 4c 所示。

为了验证公式(14)的准确性, 采用 SWT 和 F-S 模型的疲劳寿命预测结果作为比较。在 SWT 模型中, 最大法向应变和最大法向应力在最大法向应变平面上的乘积作为疲劳损伤控制参数, 可表征为:

$$\sigma_{\max} \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b_0} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b_0+c_0} \quad (16)$$

SWT 模型有效地抑制了拉伸应力和非比例硬化对多轴疲劳损伤的影响。通过在最大剪应力平面上引入最大法向应力  $\sigma_{n,\max}$  以反映非比例附加强化对多轴疲劳损伤的影响, F-S 模型表示为<sup>[15]</sup>:

$$\frac{\Delta\gamma_{\max}}{2} \left( 1 + k_0 \frac{\sigma_{n,\max}}{\sigma_y} \right) = \left[ (1 + \nu_e) \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^{b_0} + (1 + \nu_p) \varepsilon_f' (2N_f)^{c_0} \right] \left[ 1 + k_0 \frac{\sigma_f'}{2\sigma_y} (2N_f)^{b_0} \right] \quad (17)$$

## 2.3 实验结果及讨论

将 3 种模型 5 种加载路程下的实验数据点绘制成图 5。5 种加载路径下的所有实验结果如表 3 所示, 其中误差指数  $E_r = |N_{\text{cal}} - N_f|/N_f$ , 其中  $N_{\text{cal}}$  表征应用该模型计算所得疲劳寿命预测值。从图 5a 中可以看出, SWT 模型的寿命预测结果总体上偏高, 在 3 个模型中, SWT 模型的精度最低。这也能够说明, 在某些情况下, 仅考虑最大正应力平面上的最大正应力和最大正应变是不够精确的。与 SWT 模型相比, F-S 模型的预测结果处于更小的分散带之内(见图 5b)。前 4 条加载路径下的预测值在  $\pm 3$  寿命因子的范围内。然而, 在第 5 个加载路径下, 近一半的预测结果超出了该范围, 这表明 F-S 模型在处理平均应力分量时误差较大。与这 2 种模型相比, 本文提出的模型提供了更精确的寿命预测精度(见图 5c)。在前 4 个加载路径下, 预测寿命值均在实验结果的  $\pm 2$  寿命因子范围内, 而在第 5 个加载路径下, 预测结果也全部位于  $\pm 3$  寿命因子范围内, 证明了其具备高精度多轴 HCF 问题的寿命预测能力。

统计在 5 种加载路径下使用 3 种模型开展疲劳寿命预测的误差指数平均值, 如表 4 所示。从表中可以更为直观地看到, 本文模型在 5 种工况下均具备最高的疲劳寿命预测精度。

进一步地, 将式(9)应用于航空发动机 TC4 钛合金叶片的最大连续工况中以确定临界面的方位。流场及仿真参数设置见文献[3]。疲劳破坏首先发生在叶片前缘根部和叶片背部, 与叶根的距离约为叶片长度的 1/6。接下来的研究主要针对后一种情况。计算结

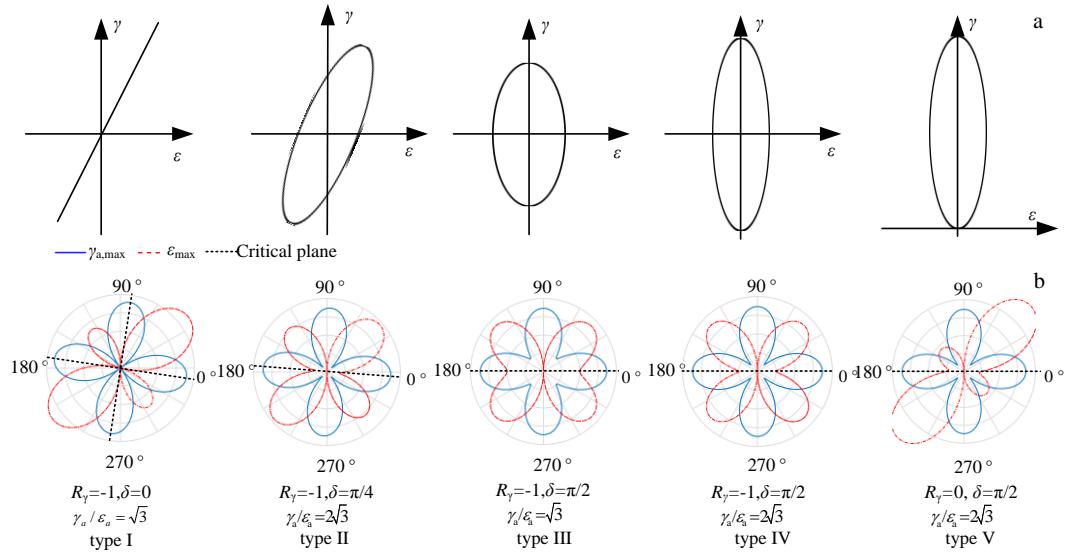


图 3 多轴疲劳实验

Fig.3 Multiaxial fatigue experiment: (a) loading path and (b) critical plane

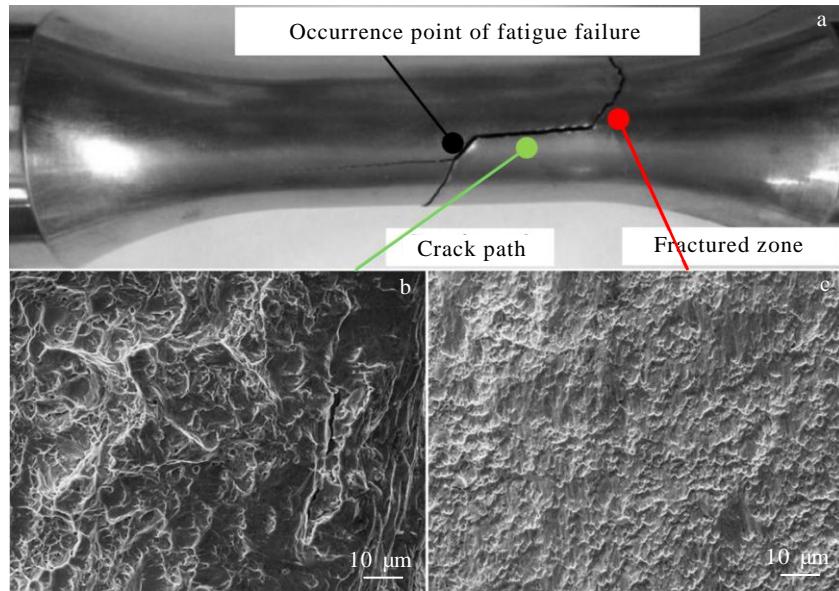


图 4 断裂试件裂纹路径

Fig.4 Crack path of fractured specimen (a) and SEM morphologies of crack propagation zone (b) and fractured zone (c)

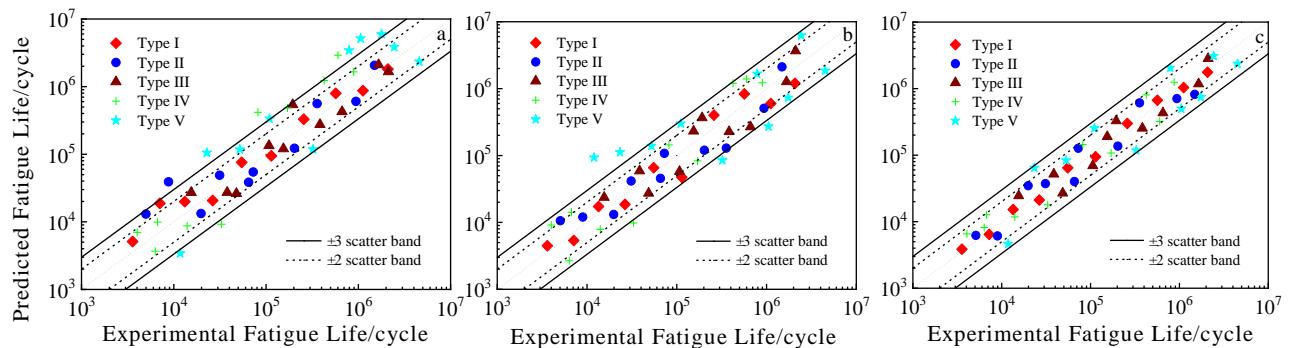


图 5 3 个模型疲劳寿命预测结果

Fig.5 Predicted fatigue life by SWT (a), F-S (b), and proposed (c) models

结果显示  $\theta_{cp}=0.47\pi$ , 进而获得  $\tau_{a,max}$  与  $\sigma_{max}^*$  随着  $\varphi$  的变化如图 6a 所示。临界面的方位如图 6b 所示, 与航空发动机中叶片的断裂样本展现出高度一致性, 如图 6c 和 6d 所示。

### 3 强度退化模型

许多学者研究了剩余强度与损伤或循环比之间的关系<sup>[9,21-23]</sup>。根据损伤理论, 剩余强度可描述为<sup>[9]</sup>:

$$r(n) = \sigma_b (1 - D(n))^{\alpha_0} \quad (18)$$

其中  $r(n)$  与  $D(n)$  分别为  $n$  次加载之后的剩余强度与材料累积损伤值,  $\alpha_0$  是材料参数, 可通过实验测定。

在上述模型中有一个不合理之处。当循环次数  $n$  非常接近但是还没有达到疲劳寿命值  $N_f$ , 剩余强度  $r(n)$  已经远低于最大等效应力  $S_{max}$ , 然而断裂现象却

没有发生, 这是难以理解的。基于此, 一些学者提出了新的强度退化模型。基于文献[21-22], Stojković<sup>[23]</sup>提出了一个双参数剩余强度模型:

$$r(n) = S_{max} + (\sigma_b - S_{max}) \left( 1 - \left( \frac{n}{N_f} \right)^g \right)^\mu \quad (19)$$

其中  $g$  与  $\mu$  为材料参数。在上式中, 剩余强度取值范围为  $[S_{max}, \sigma_b]$ 。然而, 在强度退化过程中, 只有循环比  $n/N_f$  被作为控制参数, 这就意味着诸如  $\sigma_b$ ,  $S_{max}$  以及  $\sigma_f$  等载荷以及材料参数没有被考虑, 这显然会降低不同工况下预测结果的准确性。

为了克服上述模型的缺点, 基于强度退化以及损伤理论, 本文提出了改进的非线性剩余强度模型, 引入材料衰减指数  $c$ , 该模型可以表征为:

表3 5种加载路径下的所有实验结果

Table 3 Experimental results of 5 kinds of loading paths

Path	No.	$\sigma_{x,a}/\text{MPa}$	$\tau_{xy,a}/\text{MPa}$	$\sigma_{x,m}/\text{MPa}$	$\tau_{xy,m}/\text{MPa}$	Error index, $E_r$			Failure life, $N_f/\times 10^3 \text{ cycle}$
						$E_r(\text{F-S})$	$E_r(\text{SWT})$	$E_r(\text{proposed})$	
I	I-I	314.4	209.4	0	0	0.586	0.169	0.169	113.9
I	I-II	372.1	247.9	0	0	0.298	0.219	0.202	26.5
I	I-III	436.1	290.5	0	0	0.244	0.417	0.075	3.6
I	I-IV	321.7	214.3	0	0	0.188	0.373	0.167	55.3
I	I-V	256.5	170.9	0	0	0.422	0.124	0.150	2073.1
I	I-VI	276.8	184.3	0	0	0.474	0.405	0.183	565.4
I	I-VII	376.4	250.8	0	0	0.244	1.648	0.092	7.1
I	I-VIII	373.9	249.0	0	0	0.291	0.485	0.134	13.4
I	I-IX	274.4	182.7	0	0	0.476	0.238	0.093	1143.5
I	I-X	300.8	200.4	0	0	0.548	0.270	0.155	259.3
II	II-I	300.0	399.8	0	0	0.342	0.332	0.074	19.9
II	II-II	265.3	353.5	0	0	0.409	0.396	0.328	202.9
II	II-III	319.2	425.3	0	0	0.332	3.345	0.322	9.0
II	II-IV	227.2	302.7	0	0	0.458	0.355	0.246	937.1
II	II-V	292.3	389.4	0	0	0.309	0.413	0.391	65.8
II	II-VI	228.8	304.8	0	0	0.638	0.574	0.714	356.2
II	II-VII	320.1	426.5	0	0	1.078	1.549	0.216	5.1
II	II-VIII	209.0	278.4	0	0	0.423	0.387	0.450	1487.4
II	II-IX	288.8	384.8	0	0	0.479	0.250	0.742	72.8
II	II-X	299.6	399.1	0	0	0.338	0.572	0.199	31.1
III	III-I	352.1	234.6	0	0	0.596	0.356	0.349	662.7
III	III-II	470.4	313.3	0	0	0.438	0.461	0.449	48.6
III	III-III	398.8	265.7	0	0	0.505	0.221	0.230	154.2
III	III-IV	303.7	202.3	0	0	0.237	0.266	0.290	1660.1
III	III-V	468.6	312.1	0	0	0.523	0.748	0.581	15.5
III	III-VI	310.4	206.7	0	0	0.742	0.212	0.347	2103.2
III	III-VII	394.4	262.7	0	0	0.463	0.247	0.354	107.5
III	III-VIII	367.4	244.7	0	0	0.406	0.283	0.337	382.9
III	III-IX	468.4	312.0	0	0	0.526	0.295	0.342	38.6
III	III-X	380.0	253.1	0	0	0.886	1.778	0.688	194.3
IV	IV-I	299.8	399.5	0	0	0.436	0.379	0.157	14.0
IV	IV-II	313.3	417.5	0	0	0.571	0.413	0.302	6.3
IV	IV-III	177.2	236.1	0	0	1.840	1.909	0.896	423.6
IV	IV-IV	248.0	330.4	0	0	0.766	0.491	0.764	81.7
IV	IV-V	297.6	396.5	0	0	0.702	0.720	0.456	32.9
IV	IV-VI	163.8	218.3	0	0	1.324	3.868	0.462	599.0
IV	IV-VII	315.5	420.4	0	0	1.275	0.750	0.650	4.0
IV	IV-VIII	172.5	229.8	0	0	0.374	0.857	0.398	890.6
IV	IV-IX	295.9	394.3	0	0	1.105	0.433	0.881	6.7
IV	IV-X	193.3	257.6	0	0	0.513	1.834	0.369	170.6
V	V-I	121.4	161.8	0	161.8	0.580	2.424	0.572	1743.3
V	V-II	177.5	236.5	0	236.5	3.803	3.519	1.768	23.3
V	V-III	158.3	210.9	0	210.9	1.713	2.028	1.297	110.6
V	V-IV	127.6	170.0	0	170.0	1.120	3.366	1.588	788.0
V	V-V	132.1	175.9	0	175.9	0.589	0.480	0.478	4520.4
V	V-VI	179.8	239.5	0	239.5	6.907	0.712	0.610	11.8
V	V-VII	175.4	233.7	0	233.7	0.738	0.634	0.635	323.1
V	V-VIII	126.3	168.3	0	168.3	1.564	0.584	0.278	2429.9
V	V-IX	123.1	164.0	0	164.0	0.741	3.896	0.525	1051.8
V	V-X	175.5	233.8	0	233.8	1.667	1.257	0.596	52.2

表 4 3 种模型的误差指数平均值

Table 4 Mean value of error index  $E_r$  for three models

Model	Error index, $E_r$					
	I	II	III	IV	V	Mean
F-S	0.377	0.481	0.532	0.891	1.942	0.844
SWT	0.435	0.817	0.487	1.165	1.890	0.959
Proposed	0.142	0.434	0.396	0.534	0.835	0.468

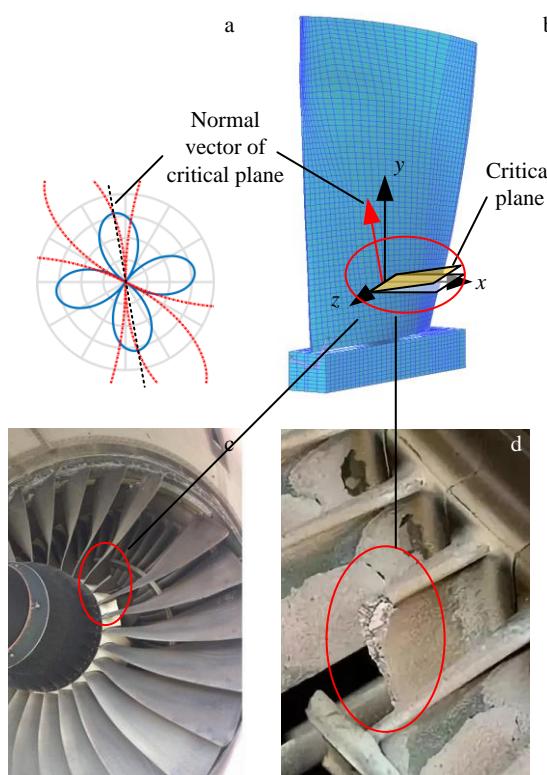


图 6 TC4 钛合金叶片的临界面

Fig.6 Critical plane of the TC4 titanium blade: (a) normal vector of critical plane, (b) orientation of critical plane, and (c, d) fractured blade samples

$$r(n) = S_{\max} + (\sigma_b - S_{\max}) (1-D)^c \quad (20)$$

将式(15)代入式(20), 多轴加载工况下的剩余强度模型为:

$$r(n) = S_{\max} + (\sigma_b - S_{\max}) \times \left\{ 1 - \left[ n(1-\alpha)(1+\beta) \left( \frac{M[1-b \sin^2 \theta_{cp}(\sigma_{x,m} \cos^2 \varphi_{cp} + \tau_{xy,m} \sin 2\varphi_{cp})]}{\left[ \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right)^2 \tau_{a,max}^2 - \left( \frac{\sigma_t}{\sigma_i} \right)^2 \tau_{a,max} \sigma_{max}^* + (\sigma_f + 2\tau_{a,max}) \sigma_{max}^* \right]^{1/2}} \right)^{-\beta} \right] \right\}^{\frac{c}{1+\beta}} \quad (21)$$

依据式(14), 所提出的非线性强度退化模型可以简化为:

$$r(n) = S_{\max} + (\sigma_b - S_{\max}) \left( 1 - \left( \frac{n}{N_f} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right)^{\frac{c}{1+\beta}} \quad (22)$$

在式(22)中, 变量  $\alpha$  用于描述载荷以及材料参数, 例如  $\sigma_b$ ,  $S_{\max}$  以及疲劳极限  $\sigma_f$  对强度退化过程的影响。对同一种材料, 不同工况下  $\alpha$  的值是变化的(参见式(3))。应用 3 种模型开展 TC4 钛合金的剩余强度预测, 其结果如图 7 所示。每一种工况中, 选定若干个试件, 第 1 个试件用于测量该工况下的循环寿命值  $N_f$ 。剩余试件在加载一定次数  $n$  后停止疲劳试验, 测量剩余强度  $r(n)$ , 基于表 5 中的 Case 1 应用 MATLAB 开展参数拟合, 获得模型参数, 拟合后的强度退化曲线与实验数据对比如图 7a 所示, 从图中可知 3 种模型均能够提供较高的拟合精度。接下来, 基于表 5 中的 Case 2 开展模型验证工作, 结果如图 7b 所示。由于充分考虑到不同工况下加载参数以及诸多材料参数对强度退化过程的影响, 与其他 2 个模型相比, 在工况变化后, 模型依然展现出较高的预测精度。

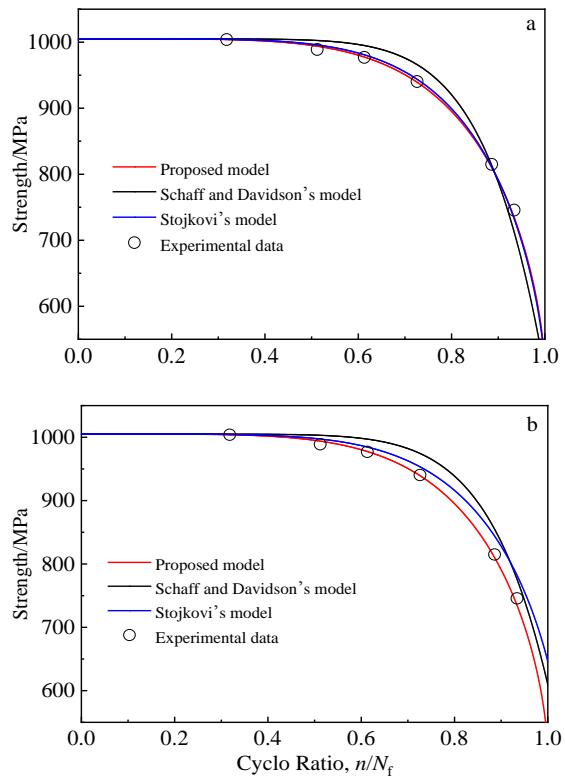


图 7 不同工况下 TC4 钛合金的强度退化

Fig.7 Strength degradation of TC4 titanium alloy under different conditions: (a) case 1 and (b) case 2

表5 强度退化实验工况设置

Table 5 Condition settings of strength degradation experiment

Property	Case 1	Case 2
$\sigma_{x,a}/\text{MPa}$	268.1	368.2
$\sigma_{x,n}/\text{MPa}$	0	0
$\tau_{a,\max}/\text{MPa}$	304.4	304.4
$\lambda_0$	1.28	0.93
$\tau_{xy,m}/\text{MPa}$	0	0
$\sigma_{\max}^*/\text{MPa}$	251.7	346.0
$\delta$	$\pi/2$	$\pi/2$
$N_f/\text{cycle}$	38120	34318

## 4 结 论

1) 与试验结果相比, 提出的临界面多轴 HCF 损伤控制参数与 Chaboche 非线性损伤模型相结合, 在不同的多轴加载路径下比 SWT 和 F-S 模型具有更高的精度。

2) 针对航空发动机 TC4 钛合金叶片, 应用本方法计算所得初始失效位置以及临界面方位分布, 与断裂式样高度吻合, 验证了其准确性。

3) 提出的基于损伤理论的非线性强度退化模型与试验结果最为吻合。由于考虑了载荷和材料参数对强度退化过程的影响, 该模型在不同载荷条件下比其他 2 种模型具有更高的精度。

## 参考文献 References

- [1] He Bo(何波), Lei Tao(雷涛), Sun Changqing(孙长青) et al. Rare Metal Materials and Engineering(稀有金属材料与工程)[J], 2019, 48(9): 3048
- [2] Lu Kaiju(鲁凯举), Cheng Li(程礼), Chen Xuan(陈煊) et al. Rare Metal Materials and Engineering(稀有金属材料与工程)[J], 2019, 48(10): 3175
- [3] Li Bingqiang(李炳强). Rare Metal Materials and Engineering(稀有金属材料与工程)[J], 2018, 47(1): 113
- [4] Fatemi A, Yang L X. International Journal of Fatigue[J], 1998, 20(1): 9
- [5] Huffman P J, Beckman S P. International Journal of Fatigue[J], 2013, 48: 165
- [6] Zuo Fangjun, Huang Hongzhong, Zhu Shunpeng et al. International Journal of Damage Mechanics[J], 2015, 24(5): 767
- [7] Chaboche J L, Lesne P M. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures[J], 1988, 11(1): 1
- [8] Dattoma V, Giancane S, Nobile R et al. International Journal of Fatigue[J], 2006, 28(2): 89
- [9] Lin Jiewei, Zhang Junhong, Yang Shuo et al. Chinese Journal of Aeronautics[J], 2013, 26(3): 631
- [10] Karolczuk A, Skibicki D, Pejkowski L. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures[J], 2019, 42(1): 197
- [11] Park J, Nelson D. International Journal of Fatigue[J], 2000, 22(1): 23
- [12] Djebli A, Aid A, Bendouba M et al. International Journal of Non-Linear Mechanics[J], 2013, 51: 145
- [13] Lazzarin P, Susmel L. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures[J], 2003, 26(12): 1171
- [14] Aid A, Bendouba M, Aminallah L et al. Materials Science and Engineering A[J], 2012, 538: 20
- [15] Fatemi A, Socie D F. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures[J], 1988, 11(3): 149
- [16] Wang Yingyu, Yao Weixing. International Journal of Fatigue[J], 2006, 28(4): 401
- [17] Shang Deguang, Sun Guoqin, Deng Jing et al. International Journal of Fatigue[J], 2007, 29(12): 2200
- [18] Li Jing, Zhang Zhongping, Sun Qiang et al. International Journal of Fatigue[J], 2011, 33(2): 90
- [19] Zhang Chengcheng, Yao Weixing. Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures[J], 2011, 34(5): 337
- [20] Ahmadzadeh G, Varvani F A. International Journal of Damage Mechanics[J], 2017, 28(1): 35
- [21] Broutman L J, Sahu S. Composite Materials[J], 1972, 497: 170
- [22] Schaff J R, Davidson B D. Journal of Composite Materials[J], 1997, 31(2): 128
- [23] Stojkovi N, Folic R, Pasternak H. International Journal of Fatigue[J], 2017, 103: 478

## Multiaxial High Cycle Fatigue Damage and Strength Degradation of TC4 Titanium Alloy

Li Bingqiang, Wu Chao, Li Chenyun, Zhou Honggen, Liu Jinfeng

(School of Mechanical Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China)

**Abstract:** There are great differences in fatigue cumulative damage and strength degradation of TC4 (Ti-6Al-4V) titanium alloy under different working conditions. In order to fully characterize the influence of load parameters, based on Chaboche damage model and improved multiaxial fatigue damage criterion, a new strength degradation model was proposed to predict the multiaxial high cycle fatigue (HCF) life and to evaluate the strength degradation of TC4 titanium alloy. Firstly, the proportional and non-proportional multiaxial fatigue experiments of TC4 titanium alloy through five kinds of loading paths were carried out. The nonlinear multiaxial fatigue damage computation and life prediction of TC4 titanium alloy were conducted via union of the critical plane method and Chaboche damage criterion with the improved damage control parameters. Secondly, a cumulative damage based modified strength degradation model was further established, and it is proved that higher accuracy can be obtained using the model under different load conditions. The experimental results show that considering the influence of load parameters, the prediction accuracy of fatigue life and strength degradation of TC4 titanium alloy proposed in this research is much higher than that of other prediction models.

**Key words:** fatigue life; multiaxial damage; strength degradation; TC4 titanium alloy

---

Corresponding author: Li Bingqiang, Ph. D., Institute of Mechanical Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, P. R. China, E-mail: libingqiang@just.edu.cn